



## **O Sistema de Viga Vierendeel – Aplicação a um Edifício**

**Rui Diogo Ribeiro Pita**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Civil**

**Júri**

Presidente: Prof. Doutor Fernando Manuel Fernandes Simões

Orientador: Prof. Doutor José Manuel Matos Noronha da Câmara

Vogal: Prof. Doutor Pedro Guilherme Sampaio Viola Parreira

**Outubro de 2012**

## **Agradecimentos**

Agradeço a todos os que me apoiaram e que deram o seu contributo, direta ou indiretamente, para a realização da presente dissertação.

Ao professor José Câmara pelo apoio, orientação e paciência.

Agradeço também a toda a minha família, amigos e à Mara.

## Resumo

Tendo em conta os edifícios com grandes áreas livres, ou seja, sem muitos pilares, que hoje em dia se projetam, o conhecimento de vários tipos de elementos capazes de vencer grandes vãos é cada vez mais importante. Neste contexto foi realizado o presente estudo, visando aprofundar o conhecimento sobre uma das soluções possíveis tirando partido do funcionamento de viga Vierendeel. Composta unicamente por elementos verticais e horizontais, faz com que seja mais facilmente integrada na arquitetura de um edifício, incluindo-se o sistema da viga em pelo menos dois níveis estruturais.

São resumidas as características principais do comportamento desse sistema estrutural e apresentado o dimensionamento de uma viga Vierendeel, integrada na estrutura de um edifício. É efetuado um estudo pormenorizado desse caso que envolve uma zona específica do projecto realizado no contexto do concurso para o novo Hospital de Todos os Santos.

O trabalho inclui todo o processo de dimensionamento recorrendo a uma solução pré-esforçada e a pormenorização de armaduras que é discutida com base num modelo de estudo de escoras e tirantes dos montantes e respetivas ligações com as barras. Estas zonas, muitas vezes menos consideradas ao nível do projeto, merecem especial atenção para se garantir um bom comportamento do conjunto.

**Palavras-chave:** Viga Vierendeel; barras e montantes; pré-esforço; análise linear; dimensionamento; escoras e tirantes

## **Abstract**

Given the buildings with large open areas, that nowadays are designed, the knowledge of various kinds of elements capable of overcoming large spans is increasingly important. In this context the current study was carry out to deepen the knowledge about a possible solution taking advantage of the Vierendeel beam. Because this type of solution is composed only of vertical and horizontal elements, it makes it more easily integrated into the architecture of a building, including in the system at least two structural levels.

The main characteristics of the behavior of this structural system are summarized and a design of a Vierendeel beam integrated in the structure of a building is presented. A detailed study of this case involving a specific area of the project, at the tendering phase, for the new Todos os Santos Hospital is made.

The work includes the entire design process using a prestressed solution and the steel display it's later discussed based on a strut and tie study of the different elements. These zones that are often less considered at the project level deserve special attention to ensure good behavior of the whole structure.

**Keywords:** Vierendeel beam; bars and columns; linear analysis; dimensioning; strut and tie

# Índice

Agradecimentos .....	II
Resumo .....	III
Abstract .....	IV
Índice de figuras .....	VIII
Índice de tabelas .....	X
1. Introdução .....	1
1.1. Enquadramento e objetivos .....	1
1.2. Organização .....	1
2. A viga Vierendeel .....	3
2.1. Análise do funcionamento de uma viga Vierendeel .....	3
2.2. Variação da viga Vierendeel em função da rigidez dos elementos .....	8
2.3. Diferentes tipos de viga Vierendeel .....	9
3. Critérios de dimensionamento .....	12
3.1. Modelo simplificado .....	12
3.1.1. Avaliação da distribuição de esforços .....	13
3.1.2. Diagramas globais .....	14
3.1.3. Determinação das solicitações nas barras .....	14
3.1.4. Determinação das solicitações nos montantes .....	16
3.2. Aspectos gerais de pré-dimensionamento .....	16
3.2.1. Critérios .....	16
3.2.2. Efeito do pré-esforço .....	18
4. Caso de estudo .....	19
4.1. Ações .....	20
4.1.1. Combinação de ações .....	21
4.2. Materiais .....	22
4.2.1. Betão .....	22
4.2.2. Aço .....	22
4.2.2.1. Aço para armaduras de betão armado .....	22
4.2.2.2. Aço de pré-esforço .....	23
4.3. Solução da viga Vierendeel .....	23
4.4. Modelação .....	25
4.5. Estudo de uma das vigas Vierendeel do exemplo prático .....	26
4.5.1. Modelo simplificado .....	26
4.5.1.1. Diagramas Globais .....	27
4.5.1.2. Determinação das solicitações nas barras e montantes .....	28

4.5.2.	Modelos computacionais.....	28
4.5.2.1.	Modelação bidimensional.....	28
4.5.2.2.	Modelação tridimensional .....	29
4.5.3.	Comparação dos esforços calculados .....	30
4.5.4.	Efeito do pré-esforço.....	31
4.5.5.	Comparação das deformações obtidas. ....	33
4.5.6.	Estudo das tensões na barra a meio vão .....	34
4.6.	Análise da estrutura global.....	37
4.6.1.	Pré-esforço.....	37
4.6.1.1.	Deformação.....	38
4.6.2.	Dimensionamento das barras .....	38
4.6.3.	Dimensionamento dos montantes.....	42
4.7.	Pormenorização de armaduras.....	44
4.7.1.	Pormenorização de armaduras nas barras.....	44
4.7.2.	Pormenorização de armadura dos montantes.....	46
5.	Modelo de escoras e tirantes dos montantes e ligações com as barras.....	48
5.1.	Cálculo do modelo de escoras e tirantes .....	48
5.2.	Comparação de resultados .....	52
6.	Conclusão .....	53
7.	Bibliografia.....	54
8.	Referências .....	55
9.	Anexos .....	56



# Índice de figuras

<i>Figura 1.1 – Primeira ponte a utilizar o sistema via Vierendeel [7].....</i>	<i>1</i>
<i>Figura 2.1 – Exemplo de uma viga Vierendeel [8].....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 2.2 – Duas vigas com uma carga vertical [8].....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 2.3 – Comportamento de duas vigas devido a uma carga vertical [8] .....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2.4 - Comportamento de duas vigas conectadas devido a uma força vertical [8].....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2.5 – Viga Vierendeel [8] .....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 2.6 – Flexão nos elementos [8].....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 2.7 – Estado de tensões de uma viga sujeita a um carregamento vertical [8].....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 2.8 – Viga reticulada sujeita a forças verticais .....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2.9 – Geometria e plano de cargas de ambos os modelos .....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2.10 – Comparação de diagramas de esforços.....</i>	<i>7</i>
<i>Figura 2.11 – Viga Vierendeel com montantes pouco rígidos [8].....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 2.12 – Deformação de uma viga Vierendeel com montantes pouco rígidos [8].....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 2.13 – Viga Vierendeel com montantes muito rígidos [8].....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 2.14 - Deformação de uma viga Vierendeel com barras pouco rígidas [8] .....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 2.15 – Deformação de uma viga Vierendeel balanceada [8] .....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 2.16 – Exemplos de viga de Viendeel [8] .....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.17 – Viga Vierendeel vertical .....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.18 – Vigas Vierendeel com geometrias diferentes, paredes mais rígidas (a) e menores espaçamentos (b), onde o corte global é maior [8] .....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 2.19 – Diagrama de esforço transverso e momento de uma viga bi-apoiada .....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 3.1 - Deformação de uma viga Vierendeel [8].....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 3.2 – Viga Vierendeel, com momentos nulos a meio vão de cada elemento [8] .....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 3.3 – Plano de cargas e geometria de uma viga Vierendeel.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 3.4 – Simplificação da viga Vierendeel e do plano de cargas.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 3.5 – Diagramas de momento e de esforço transverso.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 3.6 – Distribuição de esforços nas barras .....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 3.7 – Esforço de corte nas vigas .....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 3.8 – Distribuição de esforços nos diferentes elementos.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 3.9 – Deformação de uma viga sujeita a forças horizontais simétricas com excentricidade .....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 4.1 – Inclusão da estrutura no edifício.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 4.2 – Vista a três dimensões do caso de estudo.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 4.3 – Planta do caso de estudo .....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 4.4 – Geometria da viga Vierendeel no caso de estudo.....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 4.5 – Modelação do caso de estudo.....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 4.6 – Pormenor das ligações do elemento rígido com os diferentes elementos.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 4.7 – Plano de cargas.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 4.8 – Simplificação do plano de cargas .....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 4.9 – Diagramas globais da viga Vierendeel .....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 4.10 – Modelação da viga Vierendeel .....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 4.11 – Diagramas de esforços.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 4.12 - Diagrama de esforços axiais na laje .....</i>	<i>31</i>

<i>Figura 4.13 – Diagrama de esforços axiais no modelo 3D.....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 4.14 – Diagramas de esforços devido ao pré-esforço.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 4.15 - Deformação da estrutura devida ao pré-esforço (m) .....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 4.16 – Enumeração das secções .....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 4.17 - Diagrama de tensões nas secções em kPa .....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 4.18 – Diagrama de tensões de uma secção sujeita a flexão simples.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 4.19 – Diagrama de tensões considerando as secções 1 e 3 como uma só.....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 4.20 – Soma das tensões devidas às cargas aplicadas com as do pré-esforço em kPa .....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 4.21 – Estrutura modelada .....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 4.22 – Identificação das diferentes barras.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 4.23 – Diagrama de momentos .....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 4.24 – Identificação dos diferentes montantes .....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 4.25 – Pilares fictícios.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 4.26 – Pormenorização genérica das barras superior e inferior .....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 4.27 – Pormenorização genérica dos montantes .....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 5.1 – Distribuição dos esforços nos diferentes montantes .....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 5.2 – Modelos de escoras e tirantes nos diferentes montantes .....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 5.3 – Distribuição aproximada de tensões .....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 5.4 – Zona esquina de pórtico com tração no interior .....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 5.5 – Campo de tensões e resultantes [10].....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 5.6 – Pormenorizações de armadura propostas [10] .....</i>	<i>51</i>

## Índice de tabelas

Tabela 1 – Propriedades do aço de pré-esforço.....	23
Tabela 2 – Valor das diferentes cargas aplicadas em kN/m .....	26
Tabela 3 – Valores de $Q_i$ em kN .....	27
Tabela 4 – Esforços nas barras e montantes .....	28
Tabela 5 – Esforços nas barras e pilares .....	29
Tabela 6 – Esforços nas barras e pilares .....	30
Tabela 7 – Comparação de esforços nas barras.....	30
Tabela 8 – Comparação de esforços nos montantes .....	30
Tabela 9 – Esforços nas barras e montantes .....	32
Tabela 10 – Diferentes deformações da viga Vierendeel.....	33
Tabela 11 – Valores de esforços nas secções .....	34
Tabela 12 – Deformações elásticas, a longo prazo e máximas, para as vigas Vierendeel .....	38
Tabela 13 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos $Y=0$ e $37,5$ , nas barras.....	39
Tabela 14 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos $Y=7,5$ e $30$ , nas barras.....	40
Tabela 15 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos $Y=15$ e $22,5$ , nas barras .....	40
Tabela 16 - Armadura transversal nos diferentes alinhamentos, nas barras .....	41
Tabela 17 - Tensões de compressão nos diferentes alinhamentos, nas barras .....	41
Tabela 18 – Braço equivalente para cada montante .....	42
Tabela 19 - Armadura longitudinal nos montantes .....	43
Tabela 20 - Armadura transversal nos pilares, nos diferentes alinhamentos.....	43
Tabela 21 - Tensões de compressão nos diferentes alinhamentos, nos montantes .....	44
Tabela 22 – Armadura mínima longitudinal e transversal .....	45
Tabela 23 – Armadura mínima longitudinal e transversal para os montantes .....	46
Tabela 24 – Armadura mínima de alma.....	47
Tabela 25 - Trações máximas resultantes dos modelos de escoras e tirantes (kN).....	50
Tabela 26 - Quantidade de armadura resultante dos modelos de escoras e tirantes ( $cm^2$ ).....	50
Tabela 27 - Comparação de quantidades de armadura longitudinal em relação aos dois modelos ( $cm^2$ )	52
Tabela 28 - Comparação de quantidades de armadura transversal em relação aos dois modelos ( $cm^2$ )	52



# 1. Introdução

## 1.1. Enquadramento e objetivos

Foi em 1896 que, pela primeira vez, Arthur Vierendeel deu a conhecer ao mundo uma viga para vencer grandes vãos, neste caso uma ponte (figura 1.1), que acabou por ser construída em 1906 em Avelgem, na Bélgica [1], apenas com elementos horizontais e verticais, rígidos entre eles e sem nenhum elemento diagonal. Ao início, o seu desenvolvimento foi aplicado a pontes metálicas, sendo que hoje em dia se pode encontrar este tipo de solução em várias estruturas com diferentes materiais. Esta solução ficou conhecida como viga Vierendeel, em honra ao seu autor.

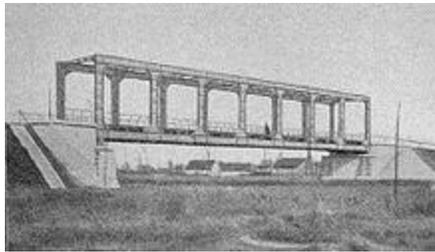


Figura 1.1 – Primeira ponte a utilizar o sistema via Vierendeel [1]

Em engenharia de estruturas existem varias soluções estruturais que podem ser previstas para vencer grandes vãos, sendo que entre as mais utilizadas estão o recurso a vigas de alma cheia pré esforçadas e, quando possível com recurso a um sistema de treliçado. No entanto, nem sempre estas soluções são viáveis a nível da sua integração na arquitetura exterior e/ou interior

É a este nível que a viga Vierendeel se destaca, porque, devido à sua forma estrutural com elementos verticais e horizontais que mais facilmente se integram na arquitetura, por exemplo, incluído a dois pisos estruturais e, portanto, dispensando alturas estruturais adicionais.

É com o objetivo de melhor entender e poder implementar na prática o comportamento da viga Vierendeel que surge o interesse em realizar esta dissertação.

## 1.2. Organização

Esta dissertação é composta por 6 capítulos distintos. Começa por clarificar as características de comportamento de uma viga Vierendeel, seguidamente ilustra as distribuições de esforços nos diferentes elementos e, finalmente, mostra o estudo de dimensionamento de um caso prático.

No capítulo 1 é feito o enquadramento geral e são definidos os objetivos da dissertação

No capítulo 2 é feita uma descrição do comportamento da viga Vierendeel e da sua variação em função das dimensões dos seus elementos estruturais. São apresentadas variações na geometria dos diferentes elementos da viga e analisadas as consequências em termos das características do seu comportamento.

No capítulo 3 é apresentado um método simplificado de cálculo de esforços nos diferentes elementos estruturais, nas vigas Vierendeel.

No capítulo 4 desenvolve-se um estudo sobre a conceção de um edifício tirando partido do conceito de viga Vierendeel, aplicando os métodos descritos no capítulo 2, posteriormente apresenta-se uma solução para a pormenorização de armaduras.

No capítulo 5 efetua-se um estudo de modelo de escoras e tirantes dos montantes e respetivas ligações com as barras.

No capítulo 6 são tiradas conclusões que resultaram do desenvolvimento desta dissertação.

## 2. A viga Vierendeel

A viga Vierendeel é uma das soluções estruturais que permite resolver eficientemente grandes vãos em edifícios. A grande vantagem desta solução, é poder tirar proveito do comportamento dos elementos estruturais de dois pisos, fazendo com que estes se comportem como se de uma só viga se tratasse, com uma altura igual à distância entre pisos (Figura 2.1).

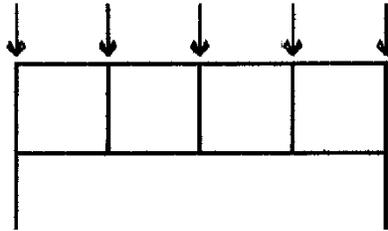


Figura 2.1 – Exemplo de uma viga Vierendeel [2]

Este tipo de solução tem uma grande vantagem em relação ao uso de soluções típicas com vigas pré-esforçadas visto que, por exemplo, para um vão na ordem de 35 metros, como veremos mais à frente no desenvolvimento deste trabalho, a altura das vigas pré-esforçada em cada piso deveria ser da ordem dos 2 metros, o que, por um lado, corresponde a um peso próprio da estrutura elevado e, por outro lado, pode trazer inconvenientes em termos de espaço disponível.

A solução de comportamento conjunto proporciona uma outra eficiência à resposta estrutural em termos de rigidez e resistência, como se analisa nos parágrafos seguintes.

### 2.1. Análise do funcionamento de uma viga Vierendeel

Admita-se duas vigas de altura  $h$ , sobrepostas, submetidas a uma carga  $P$  (Figura 2.2), mas sem qualquer ligação entre as duas.

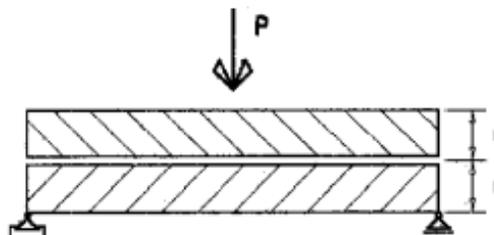


Figura 2.2 – Duas vigas com uma carga vertical [2]

Neste caso, cada viga suporta metade da carga sendo a inércia de cada viga dada por:

$$I = \frac{b \times h^3}{12}$$

ou seja, com um comportamento conjunto, correspondente a uma inércia de:

$$I = 2 \times \frac{b \times h^3}{12}$$

Ao deformar-se, cada uma das vigas trabalha independentemente, havendo um deslizamento entre as suas superfícies de contacto (Figura 2.3).



Figura 2.3 – Comportamento de duas vigas devido a uma carga vertical [2]

Se se colocarem conectores na superfície de contato para evitar aquele escorregamento, as duas vigas funcionam como se tratasse de uma viga única, com uma inércia de:

$$I = \frac{b \times (2h)^3}{12} = 8 \times \frac{b \times h^3}{12}$$

Verifica-se assim, que o coeficiente entre a inércia das vigas conectadas e separadas é de 4, ou seja, a rigidez da solução com conectores é quatro vezes superior (Figura 2.4).

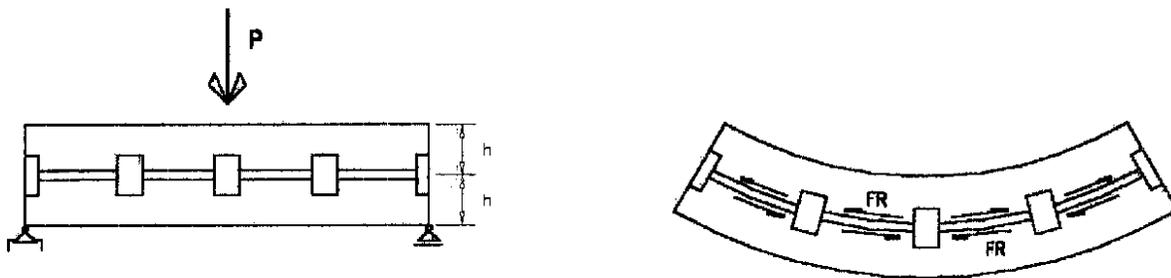


Figura 2.4 - Comportamento de duas vigas conectadas devido a uma força vertical [2]

A capacidade dos conectores para contrariar o escorregamento depende do nível de carga aplicada, ou seja, das forças de corte instalada no nível considerado.

Um conector situado a meio vão, de uma viga com carregamento uniforme, não estaria sujeito a nenhuma força de corte, ao passo que, junto aos apoios, os conectores estarão sujeitos a um efeito de corte significativo.

Se se afastarem as barras superior e inferior, aumentando o comprimento dos conectores, ter-se-á o equivalente ao comportamento de uma viga Vierendeel (Figura 2.5), em que os conectores são substituídos por montantes.

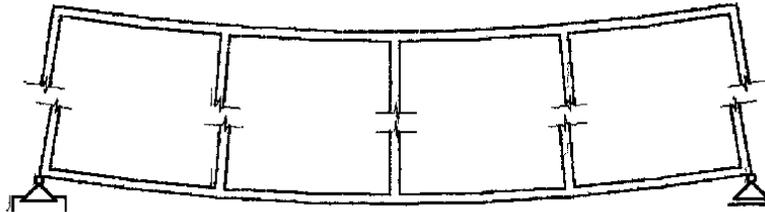


Figura 2.5 – Viga Vierendeel [2]

Refira-se que, neste caso, associado ao esforço de corte nos montantes geram-se, naturalmente, flexões nos mesmos (Figura 2.6).

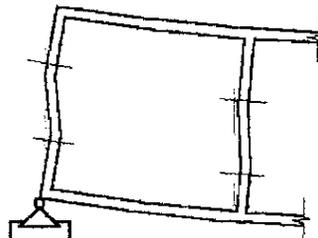


Figura 2.6 – Flexão nos elementos [2]

Pode dizer-se que na viga Vierendeel o momento fletor global é transformado em esforço axial nas barras, e em esforço de corte, associado à flexão, nos montantes. No que diz respeito ao esforço transversal global este é resistido, no essencial, pelas barras superior e inferior.

Nas vigas de alma cheia o esforço de corte gera um estado de tensões com trações e compressões principais inclinadas (Figura 2.7), e de uma forma equivalente nas vigas reticuladas o efeito de corte é equilibrado com esforços axiais nos montantes e diagonais (Figura 2.8).



Figura 2.7 – Estado de tensões de uma viga sujeita a um carregamento vertical [2]

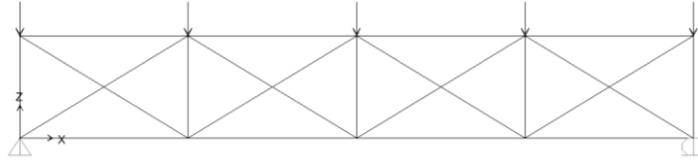


Figura 2.8 – Viga reticulada sujeita a forças verticais

O comportamento da viga Vierendeel baseia-se num trabalho de flexão nos montantes, que se transmite às barras superior e inferior gerando flexão-compressão e flexão-tração respetivamente, sendo que o corte conjunto é resistido pelas barras, como referido anteriormente.

Seguidamente compara-se a resposta estrutural de duas soluções, uma em viga Vierendeel e outra igual mas com inclusão de escoras inclinadas articuladas como numa treliça. Na figura 2.9 apresenta-se a geometria considerada e o caso de carga analisado, sendo que todos os elementos têm uma secção quadrangular com 1 metro de lado.

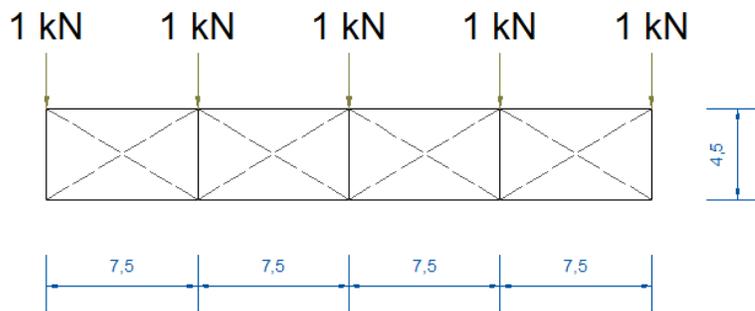
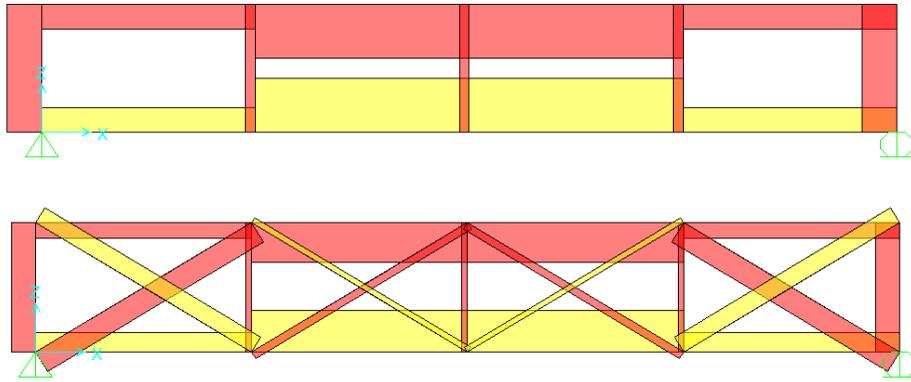
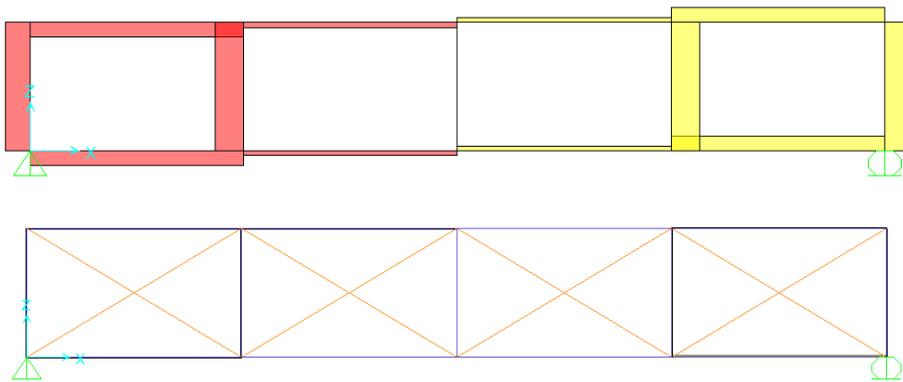


Figura 2.9 – Geometria e plano de cargas de ambos os modelos

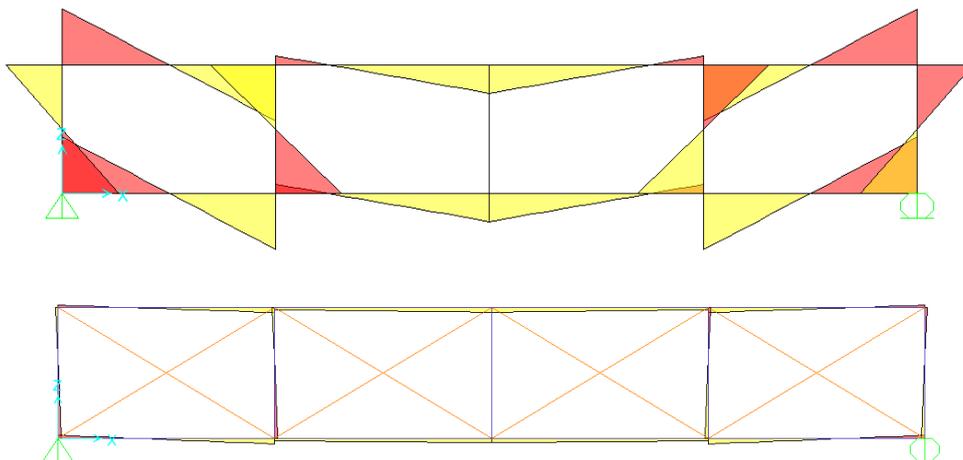
É de realçar o facto de os vários diagramas de esforços nas barras e montantes (Figura 2.10) terem comportamentos semelhantes em ambos os casos, sendo os valores relativamente superiores no caso da viga Vierendeel. As escoras só resistem a esforços axiais e a sua componente vertical equilibra o esforço transversal global e assegura a variação de compressões e as trações nas barras inferiores e superiores, eliminando praticamente a flexão nas várias barras.



a) Diagrama de esforço normal



b) Diagrama de esforço transversal



c) Diagrama de momentos

Figura 2.10 – Comparação de diagramas de esforços

Verifica-se assim que a eficiência da introdução das escoras é clara, no entanto, muitas vezes a sua introdução não é possível por razões funcionais da obra.

## 2.2. Variação da viga Vierendeel em função da rigidez dos elementos

Apresenta-se seguidamente as principais variações da resposta da viga Vierendeel para diferenças relativas de rigidez dos diferentes elementos

### Caso 1: Montantes pouco rígidos

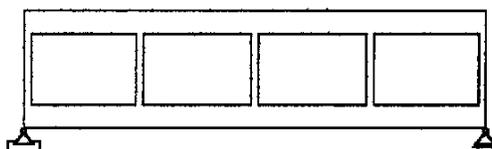


Figura 2.11 – Viga Vierendeel com montantes pouco rígidos [2]

Neste caso (Figura 2.11), devido à pouca rigidez dos montantes, a capacidade destes absorverem esforços de flexão e de corte é pequena, pelo que as barras superior e inferior tendem a funcionar independentemente e a deformação é equivalente ao de duas vigas simplesmente apoiadas (Figura 2.12).

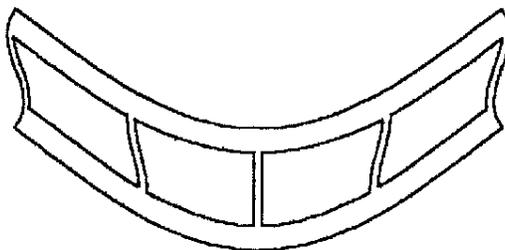


Figura 2.12 – Deformação de uma viga Vierendeel com montantes pouco rígidos [2]

### Caso 2: Barras horizontais pouco rígidas

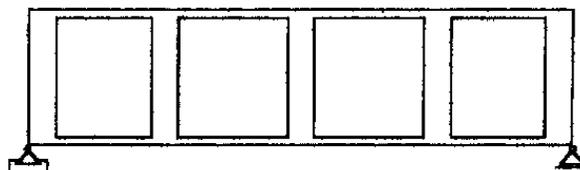


Figura 2.13 – Viga Vierendeel com montantes muito rígidos [2]

Neste caso (Figura 2.13), a estrutura é bastante deformável visto que a inércia das barras é muito baixa, e estas deformam-se em “cada vão” por flexão, com “encastramento” nas extremidades.

Sendo assim, aparecem pontos de inflexão em cada uma das barras, enquanto que os montantes têm um deslocamento vertical importante (Figura 2.14).

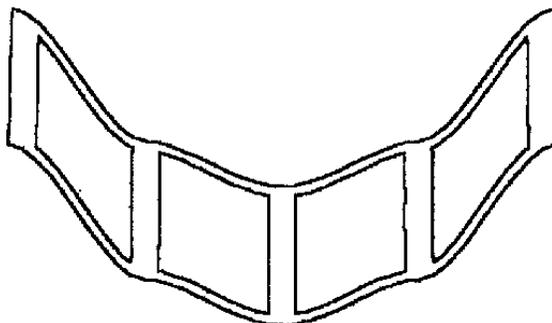


Figura 2.14 - Deformação de uma viga Vierendeel com barras pouco rígidas [2]

**Caso 3:** Estrutura balanceada, com rigidez semelhante entre montantes e barras.

Esta é uma situação intermédia entre 1) e 2), onde a participação dos diferentes elementos que compõem a viga Vierendeel se encontra distribuída equitativamente. Verifica-se que haverá tendência a ter pontos de inflexão a meio vão nas barras horizontais e montantes (Figura 2.15).

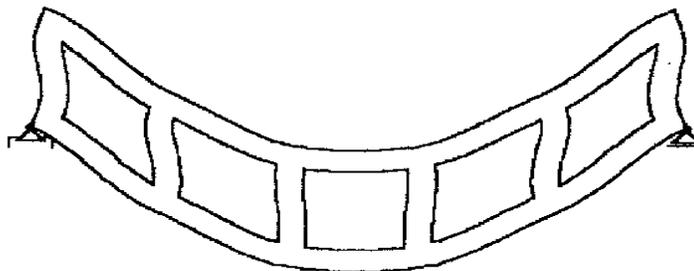


Figura 2.15 – Deformação de uma viga Vierendeel balanceada [2]

### 2.3. Diferentes tipos de viga Vierendeel

As vigas Vierendeel podem mobilizar apenas dois pisos (viga Vierendeel simples) ou vários (viga Vierendeel múltipla). Assemelhando-se, neste caso, a uma viga de grande altura (Figura 2.16).

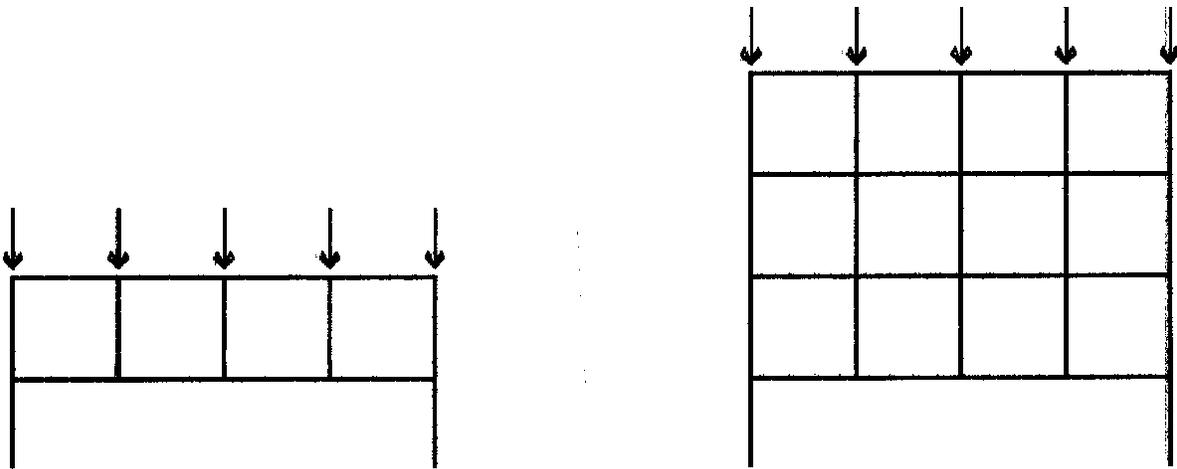


Figura 2.16 – Exemplos de viga de Viendeel [2]

Também se pode verificar um comportamento de viga Vierendeel em altura como por exemplo, em “paredes acopladas” constituída por duas paredes de núcleo de elevador ou paredes isoladas ligadas por vigas curtas (Figura 2.17).

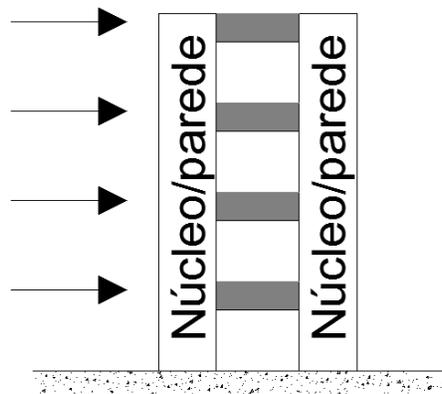
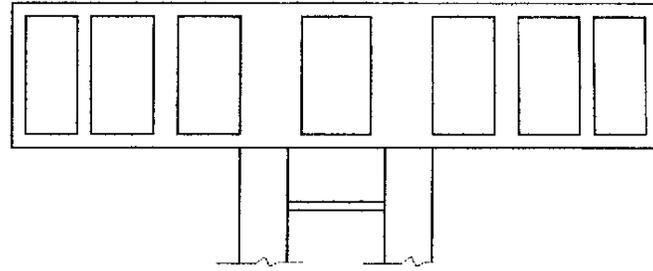
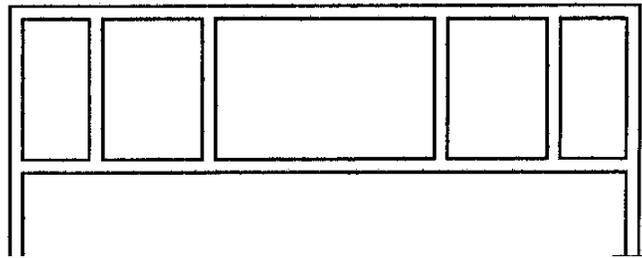


Figura 2.17 – Viga Vierendeel vertical

As vigas Vierendeel podem ser projetadas com montantes de diferentes rigidezes ou com espaçamento entre montantes variável. Neste caso os de maior rigidez e/ou com menor espaçamento devem estar situados na zona onde o esforço de corte é maior, isto é, mais próximos aos apoios (Figura 2.18).



a)



b)

Figura 2.18 – Vigas Vierendeel com geometrias diferentes, paredes mais rígidas (a) e menores espaçamentos (b), onde o corte global é maior [2]

Este facto é de simples constatação quando se analisa os diagramas de esforço transverso e momentos de uma viga simplesmente apoiada, com um carregamento uniformemente distribuído (Figura 2.19). Dado que o maior esforço de corte (variação das forças axiais nas barras) tem de ser resistido pelos montantes da viga Vierendeel mais próximos dos apoios.

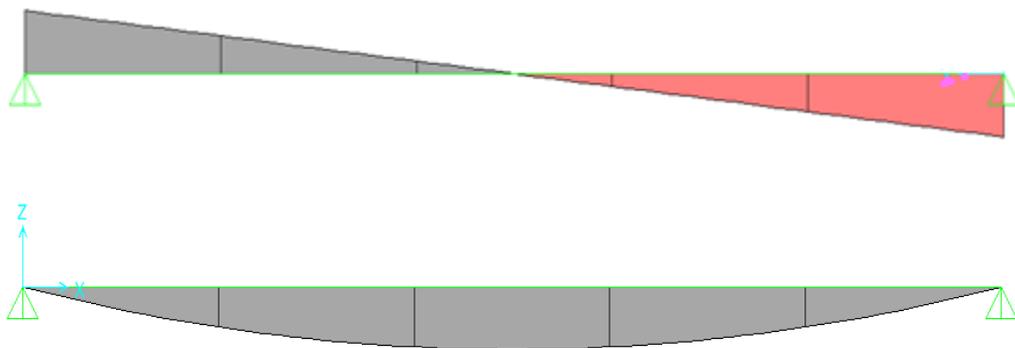


Figura 2.19 – Diagrama de esforço transverso e momento de uma viga bi-apoiada

### 3. Critérios de dimensionamento

Neste capítulo é abordado um modelo para um cálculo simplificado, que permite uma forma eficiente de avaliar esforços e pré-dimensionar a geometria dos elementos e, ainda, um modo razoável de avaliar a força de pré-esforço. Desta forma consegue-se obter o pré dimensionamento de uma viga Vierendeel.

#### 3.1. Modelo simplificado

Uma viga Vierendeel é, em geral, bastante hiperestática, já que se  $n$  é o número de malhas a estrutura tem um grau de hiperestaticidade de  $3n$ . Contudo é interessante analisar a adoção de hipóteses simplificativas de cálculo, válidas para casos de simetria de carga e de estrutura, em que as barras horizontais e os montantes têm dimensões da mesma ordem de grandeza.

Uma solução simples é supor uma deformação onde aparecem pontos de inflexão no centro das barras horizontais e dos montantes em cada uma das malhas, como se representa na figura 3.1, e se referia no capítulo 2.2. (caso 3).

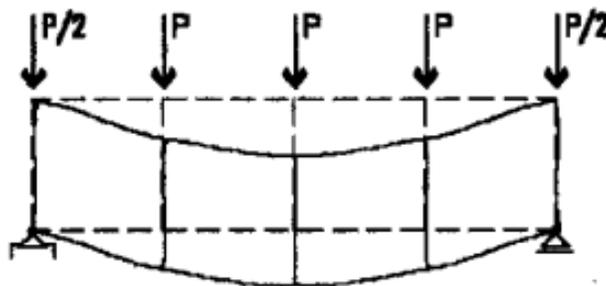


Figura 3.1 - Deformação de uma viga Vierendeel [2]

Assim é possível admitir momentos nulos nestes pontos, para simplificação dos cálculos, fazendo com que a estrutura seja isostática (Figura 3.2)

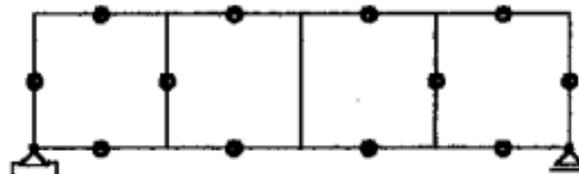


Figura 3.2 – Viga Vierendeel, com momentos nulos a meio vão de cada elemento [2]

### 3.1.1. Avaliação da distribuição de esforços

Considerando a hipótese atrás referida e admitindo uma estrutura com os montantes com igual espaçamento  $l$ , e para o plano de carga ilustrado na figura 3.3, é possível uma avaliação da distribuição de esforços.

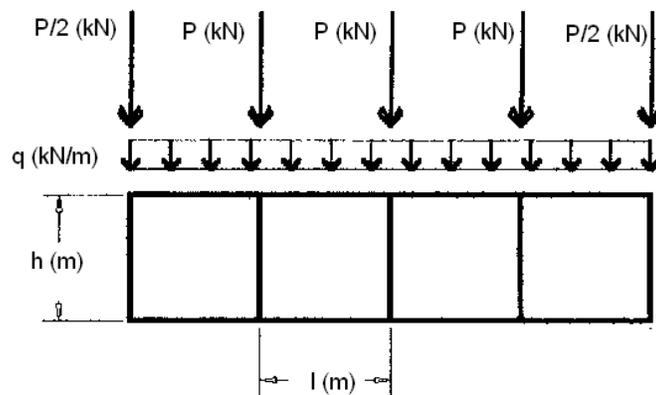


Figura 3.3 – Plano de cargas e geometria de uma viga Vierendeel

É possível admitir que as forças verticais totais são só aplicadas nos montantes, tendo em conta que a deformação local nas barras, devido à força distribuída nas mesmas, é menos importante que a deformação global da estrutura e pode ser considerada independente.

É assim razoável considerar a distribuição de cargas verticais apenas aplicadas nos montantes e tornar a estrutura isostática, como apresentado na figura 3.4.

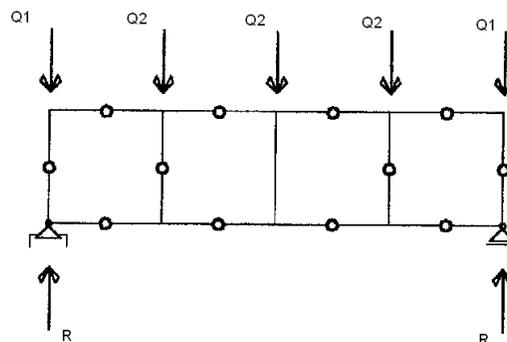


Figura 3.4 – Simplificação da viga Vierendeel e do plano de cargas

Temos, assim, que:

$$Q1 = \frac{P}{2} + q \times \frac{l}{2}$$

$$Q2 = P + q \times l$$

$$R = \frac{2 \times Q1 + 3 \times Q2}{2}$$

### 3.1.2. Diagramas globais

Com o plano de cargas atrás definido e considerando a viga Vierendeel como uma só viga, os diagramas de momentos (M) e de esforço transverso (V) para a estrutura analisada globalmente são os da figura 3.5.

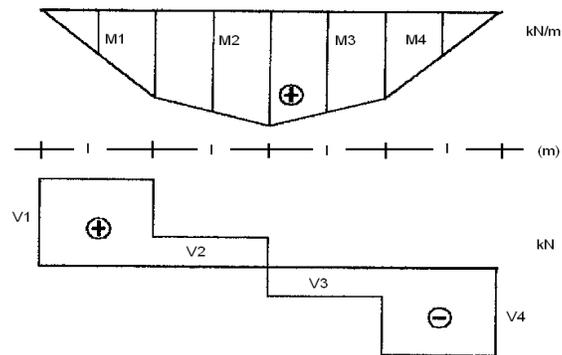


Figura 3.5 – Diagramas de momento e de esforço transverso

Em que:

$$M1 = (R - Q1) \times \frac{l}{2} = M4 \quad M2 = (R - Q1) \times \left(l + \frac{l}{2}\right) - Q2 \times \frac{l}{2} = M3$$

e

$$V1 = R - Q1 = -V4 \quad V2 = R - Q1 - Q2 = -V3$$

### 3.1.3. Determinação das solicitações nas barras

Definidos os esforços globais da viga Vierendeel verifica-se que a parcela média do momento fletor global em cada “malha” é materializada por um par de forças iguais e com sinal contrário que criam compressão na barra superior e tração na barra inferior. Essas forças são calculadas mediante a distribuição indicada na figura 3.6.

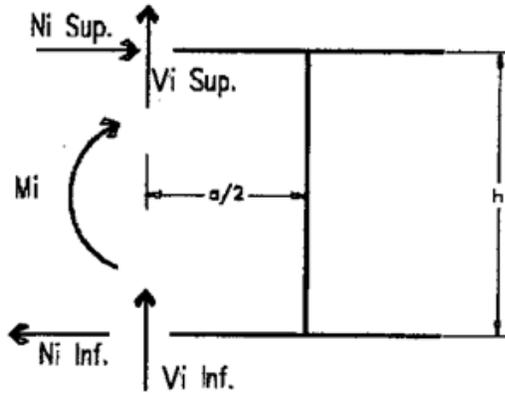


Figura 3.6 – Distribuição de esforços nas barras

Por conseguinte:

$$N_i = \frac{M_i}{h}$$

O esforço de corte é resistido pelas barras superior e inferior em função da sua rigidez relativa. Se tiverem a mesma rigidez, o esforço transversal é repartido igualmente, tal que:

$$V_{i\ inf} = V_{i\ sup} = \frac{V_i}{2}$$

Por outro lado, o momento fletor global tem uma variação linear sendo distribuído por cada uma das barras. O momento a meio de cada malha é equilibrado pelos esforços axiais acima referidos, o diferencial de momentos é, agora, nulo no centro de cada malha e máximo nos nós. Este valor resulta da multiplicação da força de corte aplicada na articulação por metade da largura da malha (Figura 3.7).

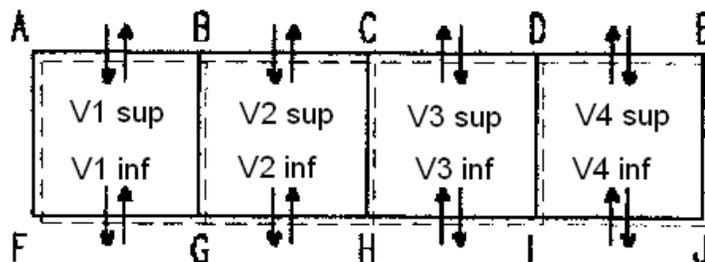


Figura 3.7 – Esforço de corte nas vigas

Exemplo de avaliação de momentos nas barras horizontais junto ao nó B:

$$M_{2B} = -V_{2\ sup} \times \frac{l}{2} \qquad M_{1B} = V_{1\ sup} \times \frac{l}{2}$$

### 3.1.4. Determinação das solicitações nos montantes

O esforço axial nos montantes, que é pouco significativo, surge do equilíbrio de forças verticais, corte nas barras e forças aplicadas exteriores (Figura 3.8). Exemplo para calcular o esforço normal no montante BG:

$$N_{BG} = V_{1\ sup} - V_{2\ sup} - Q_2$$

Por sua vez o valor de esforço transverso nos montantes resulta do diferencial de forças axiais nas barras (Figura 3.8) e corresponde à variação do momento global, sendo dado para o nó B, por:

$$V_{BG} = N_{1\ sup} - N_{2\ sup}$$

O esforço transverso nos montantes é o principal responsável pelo efeito de viga Vierendeel ao garantir a ligação ao corte das barras superior e inferior, como se tem referido anteriormente e salientado, desde logo, no capítulo 2.1.

Com base nas hipóteses do modelo simplificativo, o momento é nulo no centro do montante e máximo nos extremos, podendo ser avaliado pela multiplicação do esforço transverso por metade da altura da malha.

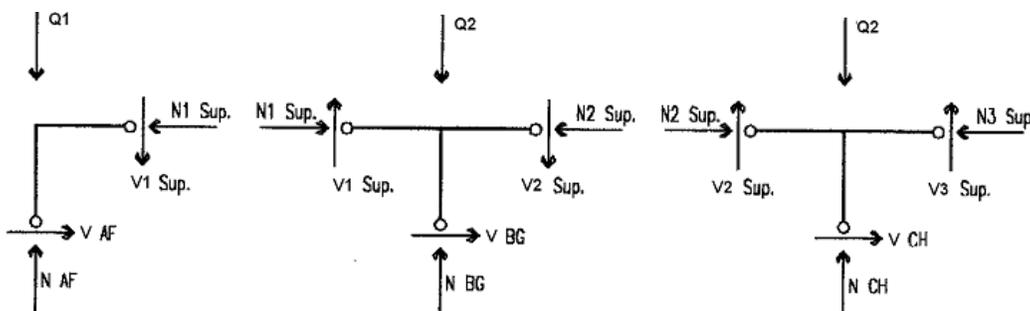


Figura 3.8 – Distribuição de esforços nos diferentes elementos

## 3.2. Aspetos gerais de pré-dimensionamento

### 3.2.1. Critérios

Na conceção deste tipo de estruturas pretende-se tirar o melhor partido possível do efeito da viga Vierendeel, para, por um lado assegurar o efeito arquitetónico pretendido para a zona interior da estrutura e por outro lado conseguir uma solução estrutural eficiente.

Tal como se referiu anteriormente, existem várias formas de melhor tirar partido do efeito da viga Vierendeel, variando o espaçamento entre montantes e a dimensão destes.

No dimensionamento dos vários elementos estruturais é importante garantir as necessárias condições de resistência, ductilidade e facilidade de execução pelo que as quantidades de armaduras devem estar bem distribuídas e sem concentrações inconvenientes.

Deste modo há que atender, entre outros aspetos, que:

- O momento reduzido deve estar limitado a valores da ordem de 0,25;
- O esforço normal reduzido deve ser limitado a 0,9 e as tensões máximas de compressão no betão e zona comprimida controladas;
- O esforço transversal reduzido deve ser limitado a valores da ordem de 0,15 a 0,20, sabendo que no máximo é de 0,27, pois:

$$V^{\max} = 0,6f_{cd} \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times b \times 0,9d \times \cos \alpha \sin \alpha$$

Se considerar  $\alpha = 45^\circ$ , isto implica que

$$\cos 45^\circ \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2}$$

e simplificando a parcela

$$\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \approx 1,$$

então:

$$V^{\max} \approx 0,27 \times b d f_{cd}, \text{ ou seja, } v = \frac{V^{\max}}{b d f_{cd}} \approx 0,27;$$

Por outro lado, no que respeita ao comportamento em serviço e como referido no ponto 5 do capítulo 7.4.1 do EC2 [3] a deformação da estrutura a longo prazo deve ser limitada a  $1/250$  do vão, em geral, e o incremento após execução de alvenarias a  $1/500$  do vão.

No entanto para soluções de vãos grandes e pré-esforçados é conveniente ser mais exigente, e tentar assegurar, no máximo, flechas da ordem de  $1/1000$  do vão.

### 3.2.2. Efeito do pré-esforço

Para estimar a força de pré-esforço a aplicar, tira-se partido da excentricidade dos cabos a meio vão, criando, assim, um momento que, idealmente, contraria o momento instalado e uma deformação que tende a anular o deslocamento devido às cargas verticais.

Aconselha-se também o uso de um traçado reto de cabos, não só por ser de fácil execução mas também porque é eficiente ao gerar tensões de compressão e tração na parte inferior e superior, respetivamente (Figura 3.9) e fazer fletir a viga no sentido contrário ao das cargas.

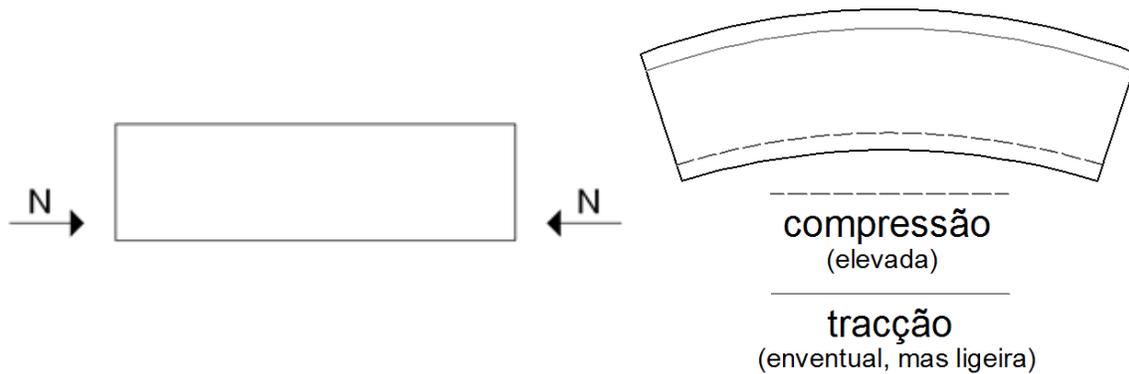


Figura 3.9 – Deformação de uma viga sujeita a forças horizontais simétricas com excentricidade

Como se veio a verificar posteriormente, em vigas Vierendeel, esta hipótese é realista quando se analisa os esforços instalados nos vários elementos, mas no que respeita à eficiência em relação à deformação, o mesmo não é tão claro.

De facto, verificou-se que a deformação devida às cargas verticais numa viga Vierendeel, tal como referido no capítulo 2.2., é, relativamente, semelhante a uma viga de alma cheia com as mesmas dimensões.

No entanto, o mesmo já não se verifica quando se analisa a deformação devida ao pré-esforço, já que na viga de alma cheia a eficiência em relação à deformação é, relativamente, superior à de uma viga Vierendeel equivalente.

Isto verifica-se pois, como se apresenta nos parágrafos seguintes, numa viga Vierendeel os montantes exteriores têm grande influência no comportamento à ação do pré-esforço, enquanto que a influência dos montantes interiores é pequena.

## 4. Caso de estudo

O projeto base realizado em fase de concurso para o edifício, em Lisboa, do Hospital de Todos os Santos serviu como referência para o caso de estudo aqui desenvolvido. De facto, na entrada principal do edifício, como se pode verificar na figura 4.1, previa-se a inexistência de elementos verticais, sendo que na cobertura se deveria ter um piso ocupado.



Figura 4.1 – Inclusão da estrutura no edifício

Nesta zona existiria, portanto, o rés-do-chão, ao nível da entrada, e o primeiro piso com pés direitos de, respetivamente, 13,5 m e 4,5 m. A estrutura do primeiro andar assim como a da cobertura desta zona estaria apoiada em duas paredes estruturais que se desenvolvem ao longo dos dois alinhamentos laterais da zona em causa, estando prevista a continuidade estrutural a esses dois níveis.

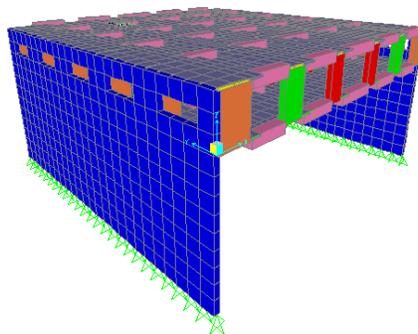


Figura 4.2 – Vista a três dimensões do caso de estudo

No entanto para a elaboração deste trabalho assumiu-se, por simplificação, tratar-se de uma área em quadrado com 37,5 m de lado, sem continuidade para os pisos adjacentes (Figura 4.2) e em que o espaçamento entre vigas Vierendeel seria de 7,5 m (Figura 4.3).

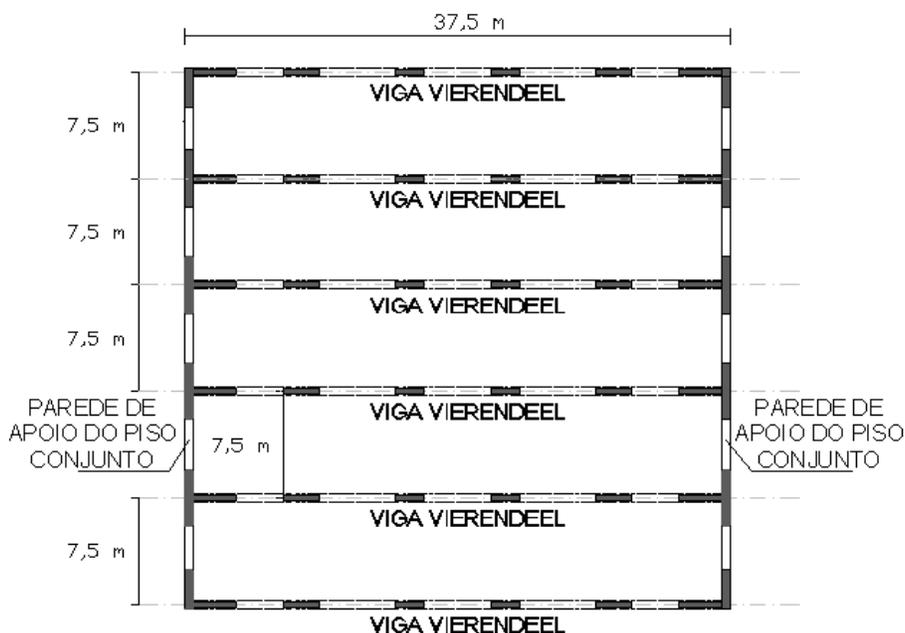


Figura 4.3 – Planta do caso de estudo

De seguida apresentam-se as ações e materiais que se consideram para a análise e dimensionamento da estrutura.

#### 4.1. Ações

No dimensionamento de qualquer estrutura é necessário definir e quantificar as ações a considerar. Estas dependem, não só, do tipo de utilização da estrutura (habitacional, comercial, industrial,...), mas também, da sua localização geográfica (para definir a ação do sismo e do vento) e do tipo de solo da fundação. Deste depende a quantificação da ação sísmica, bem como, naturalmente, o tipo de fundações a adotar. No âmbito deste estudo não se teve em consideração o vento e o sismo, tendo-se focado apenas no comportamento para as ações verticais.

As ações que normalmente são consideradas no dimensionamento de edifícios são no fundo, e para além do peso próprio, as restantes cargas permanentes e a sobrecarga, neste caso para uma utilização hospitalar.

O peso próprio da estrutura é de fácil quantificação pois depende apenas da geometria e dos materiais dos diferentes elementos estruturais.

As restantes cargas permanentes que incluem o revestimento dos pisos, as paredes de alvenaria, e todos os restantes equipamentos fixos necessários para o funcionamento do hospital dependem da arquitetura e da solução construtiva, tendo-se considerado  $3 \text{ kN/m}^2$  [4], valor corrente para este tipo de utilização.

Destinando-se o edifício ao funcionamento de um hospital tomou-se como valor médio para as sobrecargas distribuídas o valor de  $5,0 \text{ kN/m}^2$  [4].

Refira-se que, por simplificação, tomaram-se as mesmas ações para os dois pisos estruturais envolvidos no sistema de viga Vierendeel.

#### 4.1.1. Combinação de ações

Para cada caso de carga, os valores das ações determinados anteriormente devem ser combinados de forma a obter um valor de cálculo para os efeitos das ações que podem ocorrer em simultâneo (art.º 6.4.3.1 (1) do EC0). Desta forma foram utilizadas as combinações de ações prescritas pelo EC0 para situações de projeto para estados limites de utilização.

Estados Limites Últimos – Combinação Fundamental (art.º 6.4.3.2 (3) do EC0):

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Estados Limites de Utilização – Combinação Quase-Permanente (art.º 6.5.3 (2) do EC0):

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

O valor do coeficiente  $\psi_2$  utilizado neste trabalho foi de 0,4.

Os valores utilizados para os coeficientes  $\gamma_G$  e  $\gamma_Q$ , foram, respetivamente, de 1,35 e 1,5.

## **4.2. Materiais**

O edifício em estudo deverá ser realizado com uma estrutura de betão armado pré-esforçado. Por conseguinte os materiais utilizados são o betão, o aço para armaduras correntes e o aço de pré-esforço.

### **4.2.1. Betão**

O betão deverá cumprir a norma NP EN 206-1, para a produção de betão, mas também as especificações necessárias para assegurar à estrutura uma vida útil de 50 anos.

A classe de resistência do betão, atendendo às características especiais de obra e também ao fato de ser pré-esforçado, foi para as lajes, vigas, pilares e paredes o C35/45.

Para definir a classe de consistência do betão a utilizar é necessário ter em consideração que na fase de construção poderá, neste caso, ser utilizada a betonagem com recurso a bombagem. Para este tipo de betonagem, a classe mínima de consistência é a S3, que é alias um nível de consistência corrente nas obras.

Relativamente às ações ambientais, foi considerado que as armaduras podem estar expostas ao ataque da corrosão induzida por carbonatação, considerando-se como classe de exposição XC3.

A máxima dimensão do agregado é um dos parâmetros que deve ser especificado para o betão. A limitação deste parâmetro contribui para uma boa colocação, compactação e vibração do betão em obra, devendo-se garantir que a dimensão máxima do agregado não exceda um quarto da menor distância do elemento estrutural, a distância entre armaduras diminuída de 5mm e o recobrimento mínimo. Tendo em conta estes fatores, a dimensão máxima do agregado a considerar em todos os elementos estruturais é de  $D_{max}=25\text{mm}$ .

### **4.2.2. Aço**

#### **4.2.2.1. Aço para armaduras de betão armado**

As armaduras para betão armado utilizadas no presente projeto são em varões nervurados, tal como é preconizado no art.º 3.2.2 (2) do EC2 [3] 1-1. O aço utilizado para os varões é do tipo laminado a

quente com um valor característico da tensão de cedência de 500MPa, com boas características de ductilidade, tendo a designação de A500NR SD.

#### 4.2.2.2. Aço de pré-esforço

O aço de pré-esforço utilizado neste projeto é o Y1860 S7 15,3 de acordo com a norma prEN10138-3.

As características do aço de pré-esforço escolhido são indicadas na tabela 1.

	Y1860 S7 15,3
$f_{pk}$ (MPa)	1860
$F_{pk}$ (kN)	260
D (mm)	15,3
E (GPa)	195

Tabela 1 – Propriedades do aço de pré-esforço

### 4.3. Solução da viga Vierendeel

Para cada alinhamento estrutural, que tem um comportamento de viga Vierendeel, apoiada nas paredes laterais e com uma carga distribuída equivalente à reação das lajes e ao seu peso próprio, admitiu-se, para uma avaliação mais simplificada, que:

- as lajes têm uma espessura de 0,20 m, 3 kN/m<sup>3</sup> de restante carga permanente e 5 kN/m<sup>3</sup> de sobrecarga,
- as laje descarregam para a viga com uma largura de influência de 7,5 m.
- as barras longitudinais que compõem as viga Vierendeel foram consideradas com uma secção com 1 m<sup>2</sup> de área,
- despreza-se o peso próprio dos montantes que compõem a viga Vierendeel

Tem-se assim, uma carga total correspondente aos dois pisos:

$$p_{cqp} = 2 \times [1 \times 25 + 7,5 \times (0,2 \times 25 + 3 + 0,4 \times 5)] = 200 \text{ kN/m}$$

O momento a meio vão para a combinação de ações quase permanentes, tomando o carregamento uniformemente distribuído sendo  $l$  o vão total da viga, é dado:

$$M_{cqp} = \frac{p_{cqp} l^2}{8} = \frac{200 \times 37,5^2}{8} = 35156 \text{ kN.m}$$

O valor do pré-esforço pode ser estimado numa primeira abordagem como sendo:

$$P = \frac{M_{cqp}}{e}$$

Em que P é o valor de pré-esforço,  $M_{cqp}$  o momento a meio vão e  $e$  é a excentricidade do cabo de pré-esforço em relação ao centro de inércia da secção equivalente que neste caso toma o valor de metade da altura viga Vierendeel, ou seja  $4,5/2 = 2,25 m$  e, portanto:

$$P = \frac{35156}{2,25} = 15625 kN$$

O traçado dos cabos de pré-esforço considerado foi, para esta viga Vierendeel, reto e centrado no banzo inferior, ficando assim, assegurada a excentricidade de, pelo menos, 2,25 metros, sem interferência com a armaduras ordinária.

Tendo em consideração os aspetos anteriormente referidos analisou-se apenas um alinhamento de pilares (viga Vierendeel), fazendo várias combinações das dimensões de barras e montantes e de espaçamento entre estes últimos, tendo como valor base a geometria utilizada pelo gabinete de projeto que forneceu os dados da estrutura em causa.

Das análises efetuadas concluiu-se que uma boa solução seria a indicada na Figura 4.4.

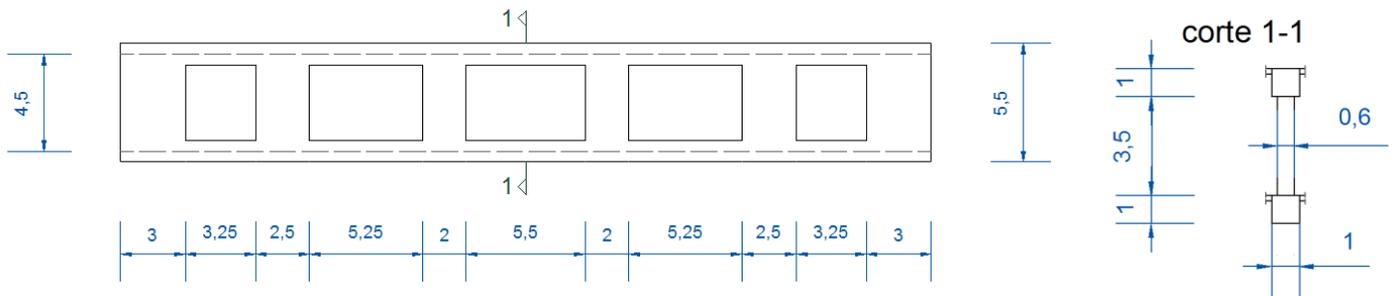


Figura 4.4 – Geometria da viga Vierendeel no caso de estudo

Os montantes e as barras têm, respetivamente, uma espessura de 0,6m e 1m. É de realçar o facto de os montantes com maiores dimensões e com menor espaçamento entre eles, se situarem junto aos apoios, como desejável e discutido anteriormente.

Esta solução geométrica resultou da análise provisória do nível dos esforços em cada elemento e da deformabilidade da viga Vierendeel, que se verificou ser consideravelmente influenciada pela

geometria e espaçamento dos pilares. Outras combinações com menores dimensões dos montantes seriam razoáveis em termos de esforços, mas tornariam demasiado flexível o conjunto.

#### 4.4. Modelação

Apresenta-se de seguida a modelação dos diversos elementos que compõem a estrutura no seu conjunto, sendo de referir que em todos os elementos de barra, a rigidez à torção foi diminuída, de modo a assegurar um comportamento, no essencial, por flexão.

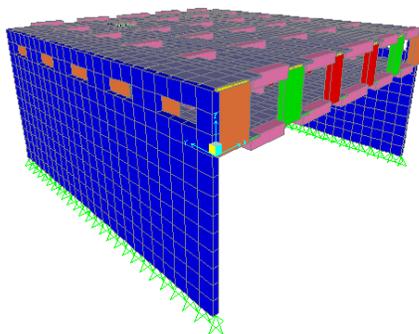


Figura 4.5 – Modelação do caso de estudo

As barras horizontais principais foram modeladas através de elementos de *barra* com uma seção transversal de um quadrado com 1 metro de lado.

As lajes e paredes foram modeladas usando elementos de *laje fina* com espessura de 0,20 metros e 0,6 metros, respetivamente.

Os montantes foram modelados usando elementos *barra*, com as respectivas dimensões, ou seja, os elementos extremos com  $3 \times 0,6 \text{ m}^2$ , os intermédios com  $2,5 \times 0,6 \text{ m}^2$  e os interiores com  $2 \times 0,6 \text{ m}^2$ . A ligação destes elementos com o elemento barra é estabelecido através de elementos de *barra* rígido (Figura 4.6), que simula a largura da zona do nó, fazendo com que o vão livre das barras entre montantes sejam melhor simulados.

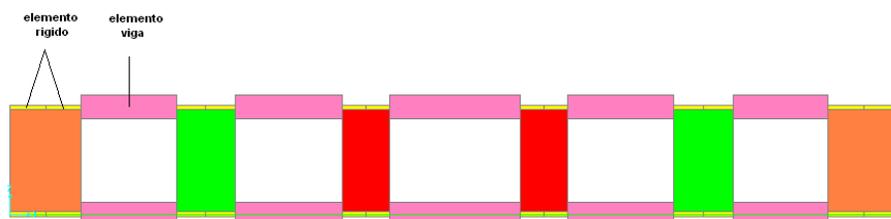


Figura 4.6 – Pormenor das ligações do elemento rígido com os diferentes elementos

## 4.5. Estudo de uma das vigas Vierendeel do exemplo prático

Neste capítulo analisa-se um alinhamento central da estrutura correspondente a uma viga Vierendeel do caso de estudo, a partir das dimensões apresentadas na figura 4.4, recorrendo a diferentes modelos estruturais.

### 4.5.1. Modelo simplificado

Seguidamente utilizar-se-á a modelação simplificada apresentada no capítulo 3.1., para estimar valores de esforços, tomando o modelo da estrutura representada na figura 4.7.

O valor de  $P_{sd}$  é devido ao peso próprio da laje, às cargas aplicadas sobre esta ( $P_{p_i}$ ,  $R_{cp}$ ,  $S_c$ ) e ao peso próprio das próprias barras longitudinais ( $P_p$ ), para a combinação de Estado Limite Ultimo.

$R_{cp}$	$P_{p_i}$	$S_c$	$P_{p_b}$	$P_{sd}$
22,5	37,5	37,5	25,0	171,0

Tabela 2 – Valor das diferentes cargas aplicadas em kN/m

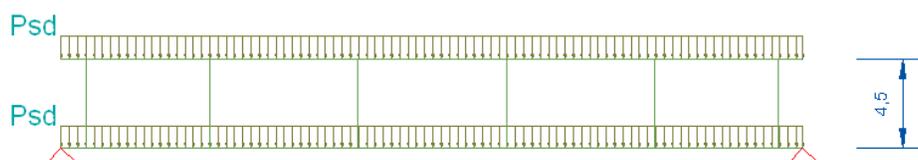


Figura 4.7 – Plano de cargas

Admitindo que as cargas aplicadas na viga são diretamente aplicadas aos montantes, obtêm-se a distribuição de cargas indicadas na figura 4.8.

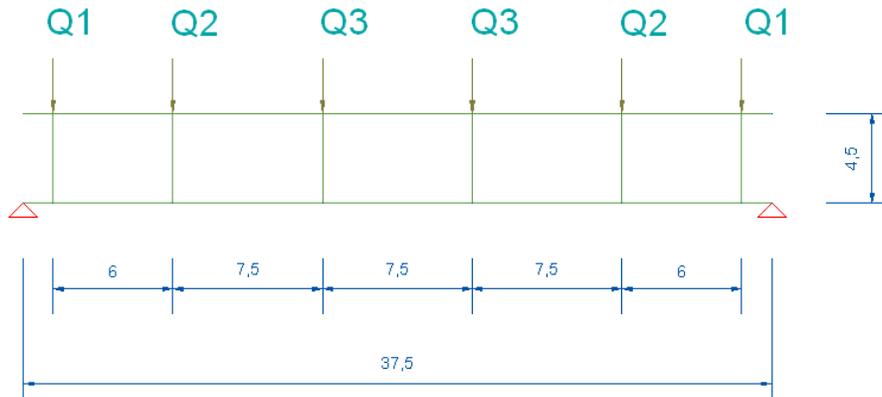


Figura 4.8 – Simplificação do plano de cargas

Os valores de  $Q$  resultam da multiplicação do comprimento de influência na barra de cada montante pelo  $Psd$ , dos pisos superior e inferior, ao qual se soma o peso próprio de cada montante (tabela 3).

	PP montante	Qsup	Qinf	total
<b>Q1</b>	203	641	641	1485
<b>Q2</b>	169	1283	1283	2734
<b>Q3</b>	135	1283	1283	2700

Tabela 3 – Valores de  $Q_i$  em kN

Por equilíbrio de forças verticais obtém-se uma reação em cada apoio de 7045 kN.

#### 4.5.1.1. Diagramas Globais

De uma forma semelhante ao apresentado no capítulo 3.1.2., obtém-se os diagramas de esforços da figura 4.9.

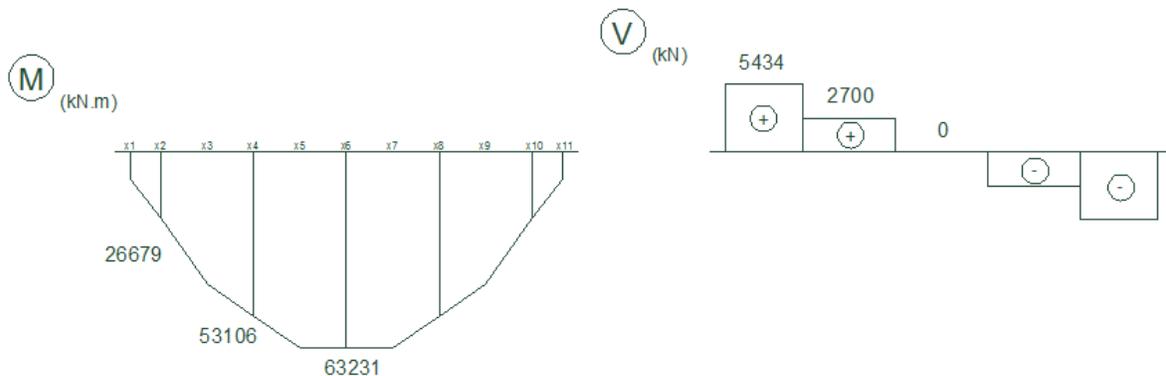


Figura 4.9 – Diagramas globais da viga Vierendeel

#### 4.5.1.2. Determinação das solicitações nas barras e montantes

Através do equilíbrio de forças na estrutura, como exemplificado anteriormente no capítulo 3.1.3. e 3.1.4., chega-se assim, aos valores da tabela 4, para os esforços principais nas barras e montantes da viga Vierendeel, enumeradas nas figuras 4.22 e 4.24

	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Montante 1	Montante 2	Montante 3
<b>N (kN)</b>	5929	11801	14051	2717	0	0
<b>V (kN)</b>	2717	1350	0	5929	5873	2250
<b>M (kN.m)</b>	4075	2531	0	13340	13213	5063

Tabela 4 – Esforços nas barras e montantes

#### 4.5.2. Modelos computacionais

Analisa-se seguidamente a modelação de uma viga Vierendeel isolada (modelo bidimensional) e do conjunto estrutural (modelo tridimensional)

##### 4.5.2.1. Modelação bidimensional

A modelação neste caso foi idêntica à referida anteriormente, com a exceção de a estrutura ter os elementos representados na figura 4.10, sem representação das lajes, sendo o carregamento o indicado na figura 4.7.

Admitiu-se a estrutura simplesmente apoiada nos extremos como representado na figura 4.10.

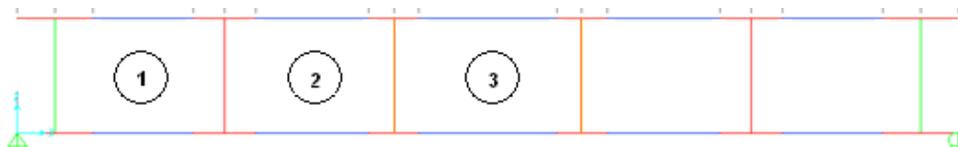
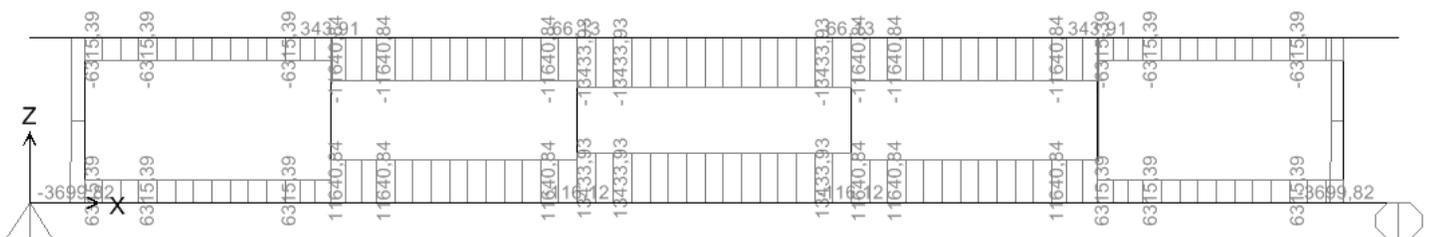


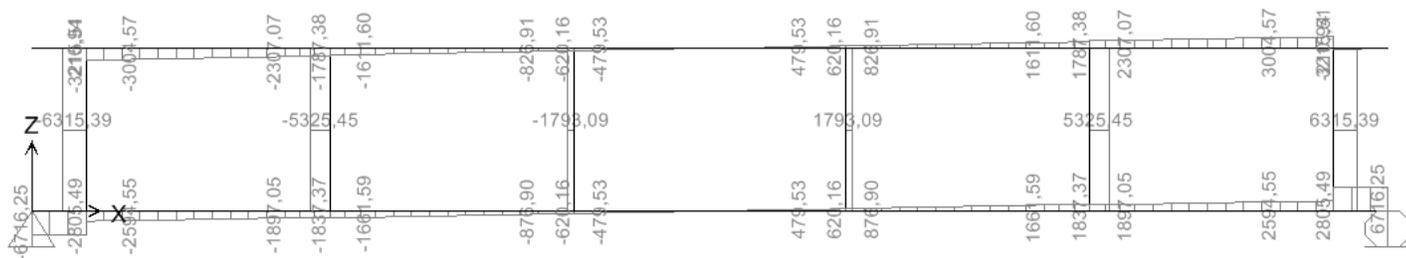
Figura 4.10 – Modelação da viga Vierendeel

##### i) Determinação das solicitações nas barras e nos montantes

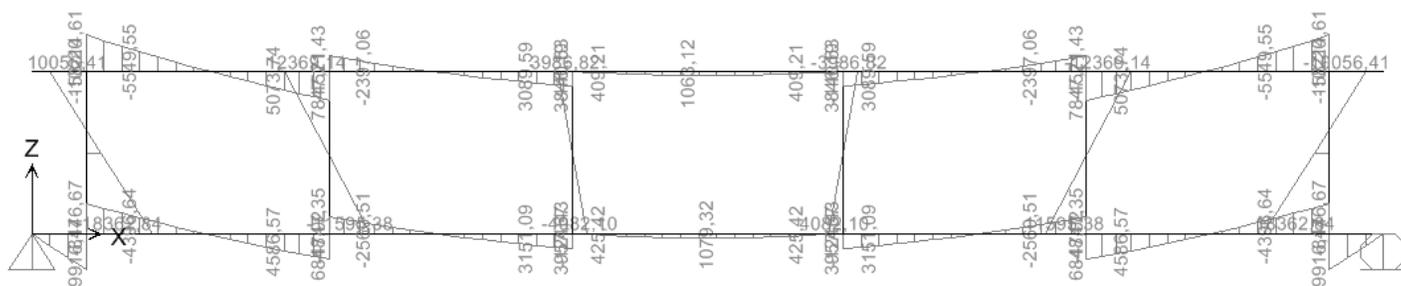
Obtiveram-se os diagramas de esforços representados na Figura 4.11.



a) Diagrama de esforço normal



b) Diagrama de esforço transverso



c) Diagrama de momentos

Figura 4.11 – Diagramas de esforços

Aos quais correspondem valores para as barras e montantes indicados na tabela 5.

	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Montante 1	Montante 2	Montante 3
<b>N (kN)</b>	6315	11641	13434	3700	0	0
<b>V (kN)</b>	2656	1220	0	6315	5325	1793
<b>M<sup>max</sup> (kN.m)</b>	5312	2744	409	18363	12369	4082

Tabela 5 – Esforços nas barras e montantes

Para a combinação de ações quase permanente obteve-se uma deformação vertical elástica a meio vão de 0,021 m.

#### 4.5.2.2. Modelação tridimensional

Neste caso, a modelação utilizada foi a descrita no capítulo 4.4., sendo que se analisam seguidamente os valores dos esforços dos alinhamentos Y=15 e 22,5, que são idênticos.

i) **Determinação das solicitações nas vigas e nos montantes**

Os esforços obtidos nos principais elementos da estrutura são os indicados na tabela 6.

	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Montante 1	Montante 2	Montante 3
<b>N (kN)</b>	3233	5872	6620	975	0	0
<b>V (kN)</b>	2654	1511	0	5820	5336	1796
<b>M<sup>max</sup> (kN.m)</b>	5040	2831	801	13737	12059	4047

Tabela 6 – Esforços nas barras e pilares

Para a combinação de esforços quase permanente obteve-se uma deformação vertical elástica a meio vão de 0,016 m.

**4.5.3. Comparação dos esforços calculados**

Tendo em consideração os valores de esforços principais avaliados pelos modelos atrás descritos, apresenta-se nas tabelas 7 e 8 a sua comparação. Sendo que 2D, 3D e simples representam, respetivamente, o modelo computacional a duas dimensões e três dimensões e o modelo simplificado.

	Viga 1			Viga 2			Viga 3		
	2D	3D	Simples	2D	3D	Simples	2D	3D	Simples
<b>N (kN)</b>	6315	3233	5929	11641	5872	11801	13434	6620	14051
<b>V (kN)</b>	2656	2654	2717	1220	1511	1350	0	0	0
<b>M (kN.m)</b>	5312	5040	4075	2744	2831	2531	409	801	0

Tabela 7 – Comparação de esforços nas barras

	Montante 1			Montante 2			Montante 3		
	2D	3D	Simples	2D	3D	Simples	2D	3D	Simples
<b>N (kN)</b>	3700	975	2717	0	0	0	0	0	0
<b>V (kN)</b>	6315	5820	5929	5325	5336	5873	1793	1796	2250
<b>M (kN.m)</b>	18363	13737	13340	12369	12059	13213	4082	4047	5063

Tabela 8 – Comparação de esforços nos montantes

Observa-se que os valores nas diferentes simulações são, em geral, semelhantes. É, no entanto de assinalar a diferença dos valores de esforço normal para as barras no modelo a três dimensões em relação aos outros cálculos. Esta diferença deve-se ao facto que neste caso existirem as lajes, que

também absorvem parte do esforço normal, diminuindo estes valores nas barras, como se pode verificar na figura 4.12, que representa os esforços axiais da laje segundo a direção das vigas Vierendeel. Verifica-se que na zona entre montantes, o esforço axial é maior, diminuindo junto aos montantes.

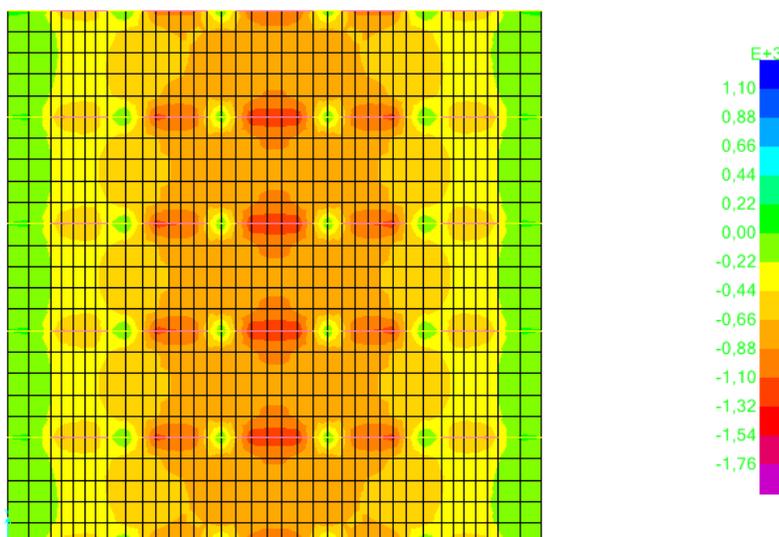


Figura 4.12 - Diagrama de esforços axiais na laje

Em relação à variação dos valores dos esforços axiais nas barras são variáveis em cada troço com efeito contrário (menor efeito axial na zona entre montantes), como representado na figura 4.13.

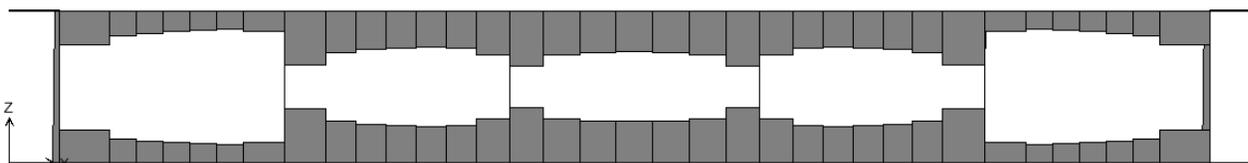
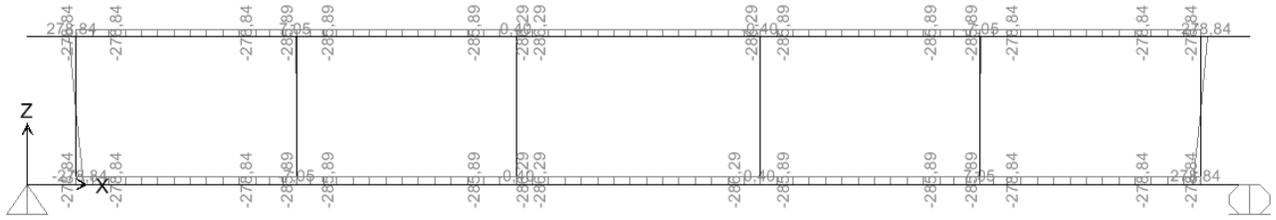


Figura 4.13 – Diagrama de esforços axiais no modelo 3D

Pode concluir-se que, em termos gerais, a hipótese feita no cálculo simplificado para a distribuição de esforços nos elementos que compõem a viga Vierendeel, é uma boa aproximação, e muito razoável para efeitos de pré-dimensionamento.

#### 4.5.4. Efeito do pré-esforço

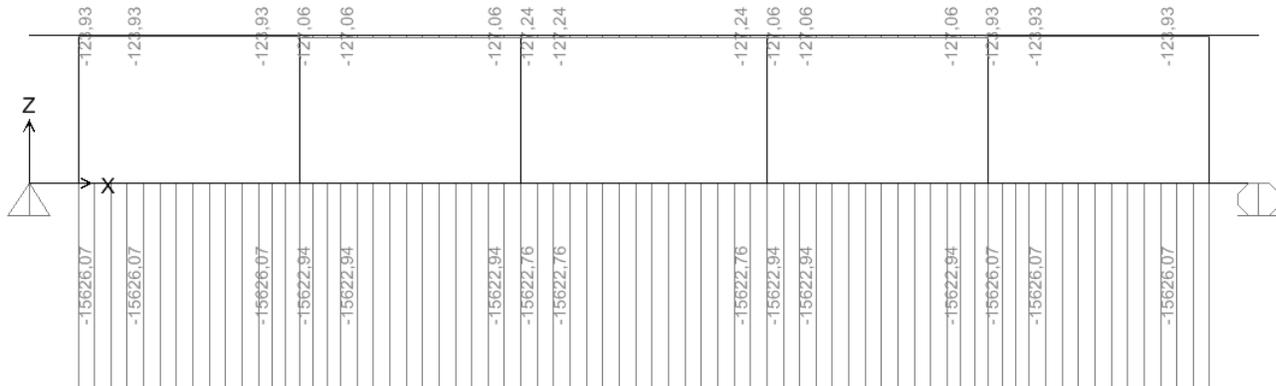
A estrutura utilizada para análise do pré-esforço foi a mesma que a do capítulo 4.5.2.1., em que os diagramas de esforços devido ao pré-esforço, para um valor de 15625 kN como pré-dimensionado anteriormente, são apresentados na figura 4.14.



a) Diagrama de momentos



b) Diagrama de esforço transversal



c) Diagrama de esforço normal

Figura 4.14 – Diagramas de esforços devido ao pré-esforço

Aos quais correspondem os valores para as vigas e montantes indicados na tabela 9.

	Barra 1, 2 e 3		Montante	Montante
	sup	inf	1	2 e 3
<b>N (kN)</b>	124	15625	279	0
<b>V (kN)</b>	0	0	124	0
<b>M (kN.m)</b>	279	279	279	0

Tabela 9 – Esforços nas barras e montantes

Por outro lado a deformação elástica da estrutura toma o valor de 0.012 m a meio vão.

É de notar que, para a ação do pré-esforço, a deformação imposta é praticamente igual para uma viga Vierendeel ou com outra “viga” sem montantes interiores, pois a influência destes é diminuta.

Os valores máximos, no montante exterior, de esforço transversal e momento, são relativamente baixos em relação à inércia do mesmo, e portanto, verifica-se que é só este que transmite a flexão para as barras.

É interessante realçar o fato de o encurtamento da barra inferior ilustrado na figura 4.15, devido à ação do pré-esforço, ser o responsável pela deformação vertical a meio vão, pois é este que impõe a rotação nas extremidades da viga Vierendeel.

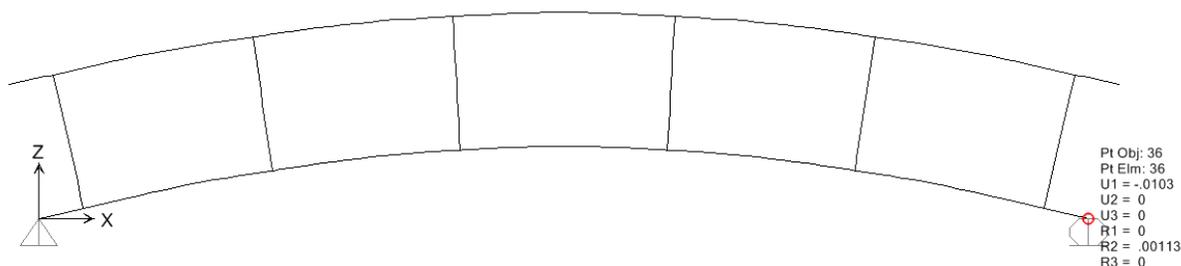


Figura 4.15 - Deformação da estrutura devida ao pré-esforço (m)

#### 4.5.5. Comparação das deformações obtidas.

Como seria de esperar, a deformação da estrutura considerando a modelação das lajes (modelo 3D) é inferior à da situação do modelo 2D quando se analisa a viga Vierendeel isolada, pois a estrutura global é mais rígida naquele caso.

Na tabela 10 resumem-se os resultados obtidos para as maiores flechas (meio vão) nos dois modelos.

	$\delta_{el}$ (m)
<b>2D</b>	0,021 (↓)
<b>3D</b>	0,016 (↓)
<b>Pré-esforço 2D</b>	0,012 (↑)
<b>Pré-esforço 3D</b>	0,006 (↑)

Tabela 10 – Diferentes deformações da viga Vierendeel

É de realçar o fato de a diferença relativa das deformações obtidas nos modelos bidimensional e tridimensional, para as ações das cargas e do pré-esforço, ser bastante mais notória no caso da ação do pré-esforço, exatamente porque o efeito axial distribui-se pela laje e por conseguinte as tensões e extensões na barra inferior são menos eficazes.

Acontece que, neste caso, em termos de avaliação da deformação conjunta (cargas e pré-esforço) a estimativa obtida por um ou outro modelo seria da mesma ordem de grandeza, igual a 9 ou 10 mm.

#### 4.5.6. Estudo das tensões na barra a meio vão

Com base nas análises efetuadas, tendo em conta a viga Vierendeel estudada no capítulo 4.5.2.1. (modelo 2D sem consideração das lajes) e considerando as secções representadas na figura 4.16, obtêm-se os valores de esforços para a combinação quase-permanente de ações incluindo o pré-esforço, nas secções, indicados na tabela 11.

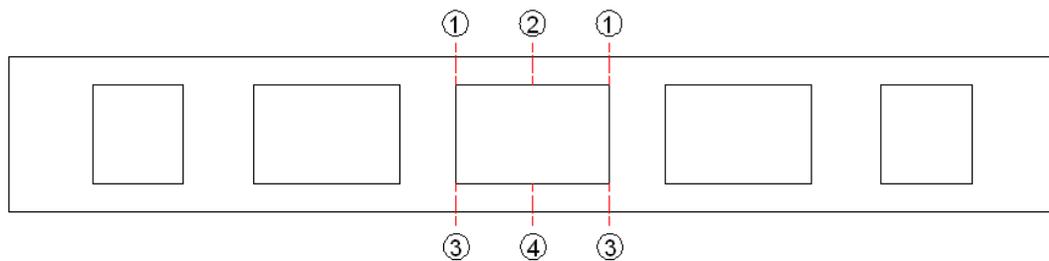


Figura 4.16 – Enumeração das secções

		1	2	3	4
cargas aplicadas	M (kN.m)	409	1063	425	1079
	N (kN)	-13434		13434	
pré-esforço	M (kN.m)	-286			
	N (kN)	-127		-15623	

Tabela 11 – Valores de esforços nas secções

A estes esforços correspondem os diagramas de tensões indicadas na figura 4.17.

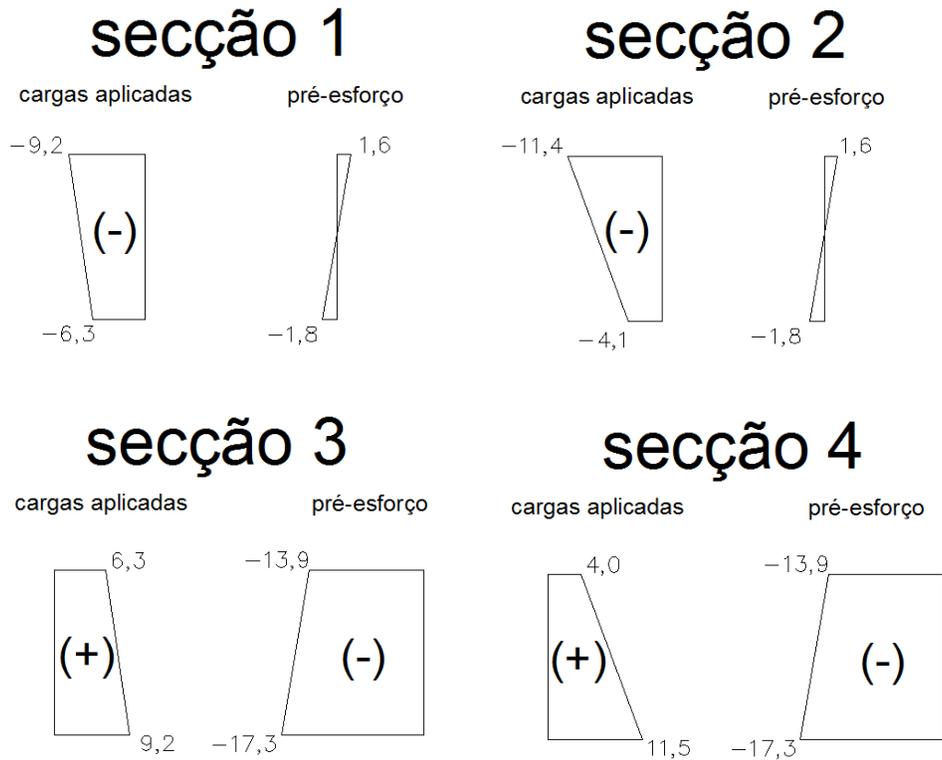


Figura 4.17 - Diagrama de tensões nas secções em MPa

Realça-se o facto de os valores de tensões, devido às cargas aplicadas, para os alinhamentos verticais 1-3 e 2-4 serem da mesma ordem de grandeza o que mostra que a estrutura está a funcionar como um todo.

Numa viga de alma cheia sujeita a flexão simples o diagrama de tensões é linear, sendo simétrico em relação ao centro de gravidade da secção (figura 4.18), com tensões máximas de compressão e tração iguais.

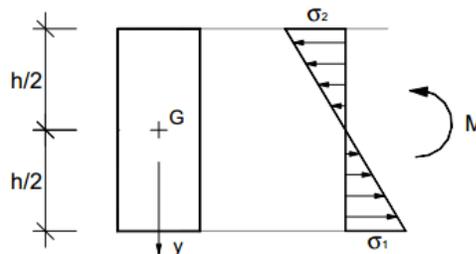


Figura 4.18 – Diagrama de tensões de uma secção sujeita a flexão simples

Se se analisar, por exemplo, os alinhamentos 1 e 3 da viga Viendeel conjuntamente, obtém-se o diagrama de tensões representado na figura 4.19, observando-se que a inclinação da distribuição de tensões é “quase” linear.

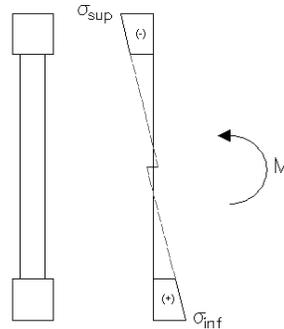


Figura 4.19 – Diagrama de tensões considerando as secções 1 e 3 como uma só.

Somando os dois diagramas, o das cargas aplicadas com o do pré-esforço, chegam-se aos seguintes diagramas de tensões, indicados na figura 4.20.

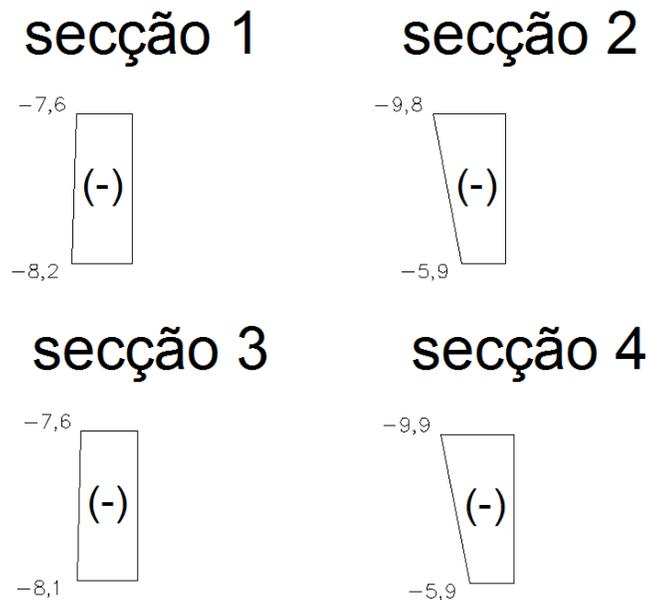


Figura 4.20 – Soma das tensões devidas às cargas aplicadas com as do pré-esforço em MPa

Verifica-se que o valor de pré-esforço adotado impede o aparecimento de trações na secção a meio vão.

É de realçar o fato das tensões nas secções com o mesmo alinhamento vertical serem semelhantes. Isto porque a forma de pré estimar o pré-esforço é, basicamente, igualar a compressão no banzo superior devido às cargas. Como os momentos nestas secções são sensivelmente iguais, ao se igualar a compressão, conseqüentemente, obtém-se as mesmas tensões.

## 4.6. Análise da estrutura global

Neste capítulo é abordado o dimensionamento e pormenorização da solução estrutural, com base na modelação global tridimensional da estrutura.

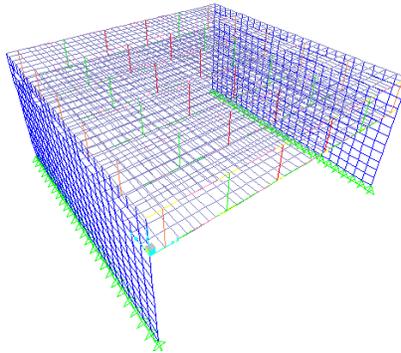


Figura 4.21 – Estrutura modelada

### 4.6.1. Pré-esforço

Como foi referido no capítulo 4.3., a força total de pré-esforço que se estimou aplicar a cada viga Vierendeel foi de 15625 kN.

Esta força, como estudado nos capítulos anteriores, verificou-se ser uma hipótese válida em termos de tensões e deformações.

Através da tabela 4, da norma PR EN 10138-3, e para um aço de pré-esforço Y1860 S7 15, obtêm-se, para cada cordão,  $F_m=260$  kN e  $F_{p0,1}=229$  kN.

Assim, através da equação 5.4 da secção 5.10.2.1 do EC2 [3], em que:

$$P_{max} = A_p \times \sigma_{p,max}$$

Sendo que:

$$\sigma_{p,max} = \min\{0,8 \times F_m; 0,9 \times F_{p0,1}\}$$

Conclui-se que:

$$P_{max}=206,1 \text{ kN.}$$

Admitindo que ocorrem perdas instantâneas e diferidas na ordem dos 12% e 15%, respetivamente, chega-se ao valor instalado a longo prazo em cada cordão de 150 kN. Dividindo a força total de pré-esforço pela força instalada a longo prazo em cada cordão verifica-se que são necessários 105 cordões.

#### 4.6.1.1. Deformação

Tendo a viga Vierendeel um vão a vencer de 37,5 m, e, como explicado anteriormente, é recomendável assegurar uma deformação máxima a longo prazo na ordem dos  $l/1000$ , valor limite mais exigente devido à dimensão do vão e à sensibilidade da resposta conjunta.

Para a combinação de ações quase-permanente e utilizando o cálculo da deformação a longo prazo, tem-se:

$$\delta_{l,prazo} = \delta_{el} \times (1 + \varphi)$$

Tomando para o coeficiente de fluência ( $\varphi$ ) o valor de 3, as deformações máximas para as diferentes vigas Vierendeel do modelo conjunto são as da tabela 12.

	Y=0 e 37,5	Y=7,5 e 30	Y=15 e 22,5
$\delta_{el}$ (m)	0,004	0,01	0,01
$\delta_{l,prazo}$ (m)	0,016	0,041	0,041
$\Delta_{referencia}=l/1000(m)$	0,038		

Tabela 12 – Deformações elásticas, a longo prazo e máximas, para as vigas Vierendeel

Verifica-se que a deformação estimada a longo prazo seria ligeiramente superior ao limite de referência definido, portanto aceitável, podendo considerar-se o estado limite de deformação assegurado.

#### 4.6.2. Dimensionamento das barras

Na verificação de segurança e pormenorização das barras seguiram-se as indicações gerais, em particular do EC2 [3]. Para as barras determinaram-se os esforços, resultantes das combinações de ações consideradas e efetuou-se o dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais, tendo-se verificado, em geral para a segurança à rotura:

$$S_d \leq R_d$$

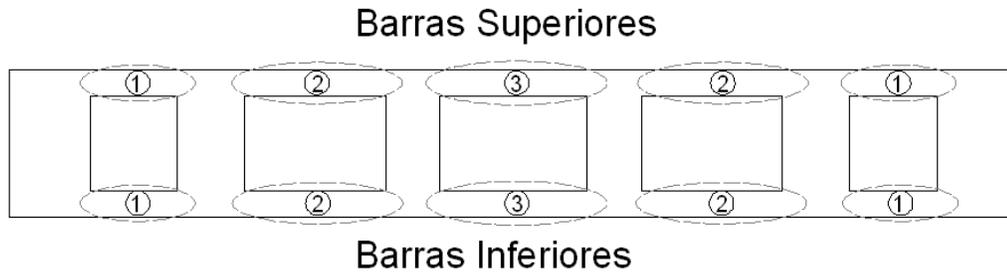


Figura 4.22 – Identificação das diferentes barras

**i) Cálculo da armadura longitudinal**

Visto que as barras estão sujeitas a uma flexão composta, para o cálculo da armadura longitudinal é necessário calcular o momento reduzido e o esforço normal reduzido através da formulação geral, e baseada nas tabelas [4] com valores adimensionais.

Assim, considerando o pré-esforço do lado da ação (com o coeficiente de segurança igual a 1) definiram-se os esforços adimensionais dados por:

$$\mu = \frac{M_{sd}}{b \times d^2 \times f_{cd}} \quad ; \quad \nu = \frac{N_{sd}}{b \times h \times f_{cd}}$$

onde  $M_{sd}$  é o valor do maior momento atuante, que neste caso se situa nas extremidades, sendo igual em ambas as extremidades, mas de sinal oposto,  $N_{sd}$  o esforço axial nessa secção,  $b$  a base da secção,  $d$  a altura útil da secção e  $f_{cd}$  a tensão de projeto máxima de compressão do betão.

De seguida, com recurso a tabelas [4], obtêm-se os valores de áreas de aço correspondente para as diferentes barras das vigas Vierendeel, como indicado nas tabelas 13, 14 e 15

Y=0 e 37,5		$M_{sd}$ (kN.m)	$\mu$	$N_{sd}$ (kN)	$\nu$	$\omega_{tot}$	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )
1	sup	3070	0,13	-2908	-0,12	0,18	48,21
	inf	2903	0,12	-8906	-0,38	0,04	10,71
2	sup	1588	0,07	-4986	-0,21	-	-
	inf	1612	0,07	-4977	-0,21	-	-
3	sup	337	0,01	-5293	-0,23	-	-
	inf	340	0,01	-3713	-0,16	-	-

Tabela 13 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos Y=0 e 37,5, nas barras

Y=7,5 e 30		M <sub>sd</sub> (kN.m)	μ	N <sub>sd</sub> (kN)	v	ω <sub>tot</sub>	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )
1	sup	5475	0,23	-3769	-0,16	0,38	101,77
	inf	5266	0,23	-5835	-0,25	0,36	96,41
2	sup	2864	0,12	-6225	-0,27	0,06	16,07
	inf	2893	0,12	-2080	-0,09	0,14	37,49
3	sup	685	0,03	-6141	-0,26	-	-
	inf	688	0,03	-1434	-0,06	-	-

Tabela 14 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos Y=7,5 e 30, nas barras

Y=15 e 22,5		M <sub>sd</sub> (kN.m)	μ	N <sub>sd</sub> (kN)	v	ω <sub>tot</sub>	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )
1	sup	5205	0,22	-3731	-0,16	0,38	101,77
	inf	5008	0,21	-5767	-0,25	0,28	74,99
2	sup	2713	0,12	-6243	-0,27	0,06	16,07
	inf	2740	0,12	-1678	-0,07	0,16	42,85
3	sup	667	0,03	-6216	-0,27	-	-
	inf	670	0,03	-859	-0,04	-	-

Tabela 15 – Quantidade de armadura longitudinal nos alinhamentos Y=15 e 22,5, nas barras

Realça-se o facto de a armadura adotada ser a superior e inferior da barra, sem dispensas pois os momentos nas extremidades de cada barra são iguais e de sinal contrario (Figura 4.23) e o vão a vencer é curto, na ordem dos 5 metros.

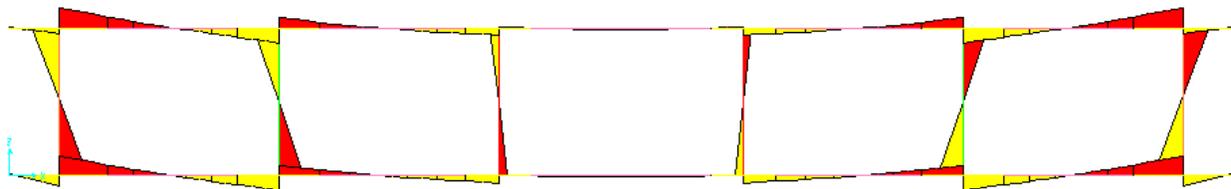


Figura 4.23 – Diagrama de momentos

**ii) Cálculo da armadura transversal para as barras superiores**

Para o cálculo da armadura transversal foi adotada a formulação do modelo de treliça com o ângulo  $\Theta$  a definir, tal que:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd, z \cot g(\theta)}}{z \times \cot g(\theta) \times f_{syd}}$$

Tomando para  $\theta$  o valor  $30^\circ$ , obtêm-se os resultados representados na tabela 16.

		Y=0 e 37,5		Y=7,5 e 30		Y=15 e 22,5	
		V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)	V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)	V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)
1	sup	1430	22,2	2584	40,12	2458	38,15
	inf	1372	21,3	2513	39,01	2391	37,11
2	sup	751	11,66	1375	21,34	1308	20,31
	inf	758	11,77	1384	21,48	1317	20,44
3	sup	99	1,54	196	3,04	186	2,89
	inf	99	1,54	196	3,04	186	2,89

Tabela 16 - Armadura transversal nos diferentes alinhamentos, nas barras

A fendilhação inclinada nas almas perpendicular às compressões originam uma diminuição da resistência à compressão do betão, pelo que é necessário verificar a seguinte condição:

$$\sigma_c \leq 0,6 \times \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \times f_{cd} \quad \text{com} \quad \sigma_c = \frac{V_{Rd,max}}{z \times b \times \text{sen}\theta \times \text{cos}\theta}$$

Os valores de tensões de compressão para as diferentes barras são os apresentados na tabela 17.

		$\sigma_c$ (kPa)		
		Y=0 e 37,5	Y=7,5 e 30	Y=15 e 22,5
1	sup	3863	6980	6638
	inf	4073	7460	7096
2	sup	2029	3714	3534
	inf	2251	4107	3908
3	sup	268	529	502
	inf	295	582	552

Tabela 17 - Tensões de compressão nos diferentes alinhamentos, nas barras

Chega-se então a conclusão que a condição é respeitada visto que  $\sigma_{cmax} = 7460 \leq 12023 \text{ kPa}$ .

### 4.6.3. Dimensionamento dos montantes

No cálculo de armaduras dos montantes não se teve em conta a compressão destes por ser relativamente pequena em relação aos momentos atuantes e as verificações da segurança aos estados limite últimos são feitas em termos de flexão simples e esforço transversal.

No que se segue, aplica-se a metodologia corrente de considerar estes elementos como peças lineares. No entanto, no capítulo 5 são apresentados modelos de escoras e tirantes, mais realistas, para análise destas zonas e os resultados são comparados.

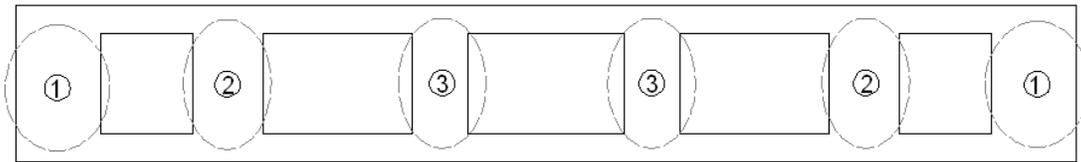


Figura 4.24 – Identificação dos diferentes montantes

#### i) Cálculo da armadura longitudinal

O cálculo da armadura longitudinal pode ser obtido através do momento superior e inferior instalado no montante, e utilizando o esquema de equilíbrio normalmente utilizado para elementos de parede como exemplificado na figura 4.25.

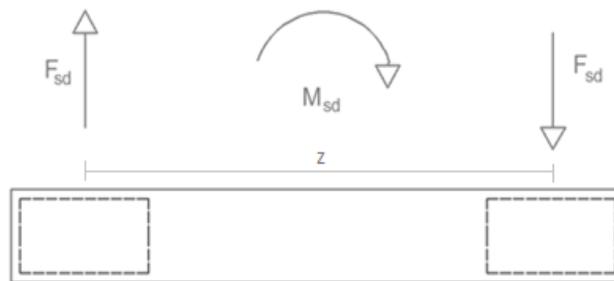


Figura 4.25 – Pilares fictícios

Admitindo estes com largura igual à dos montantes, subtraindo o recobrimento, e com um comprimento de 0,7 m, fica-se assim com braços equivalentes, dados na tabela 18.

	1	2	3
z (m)	2.2	1.7	1.2

Tabela 18 – Braço equivalente para cada montante

Assim obtêm-se os resultados apresentados na tabela 19.

		M <sub>sd</sub> (kN.m)		F <sub>sd</sub> (kN)		As (cm <sup>2</sup> )	
		sup	inf	sup	inf	sup	inf
Y=0 e 37,5	1	5505	6707	2502	3049	57.52	70.08
	2	5304	5191	3120	3054	71.72	70.20
	3	1756	1770	1463	1475	33.64	33.91
Y=7,5 e 30	1	10165	11722	4620	5328	106.22	122.49
	2	9887	9749	5816	5735	133.70	131.83
	3	3292	3309	2743	2758	63.07	63.39
Y=15 e 22,5	1	9701	11172	4410	5078	101.37	116.74
	2	9399	9268	5529	5452	127.10	125.33
	3	3132	3148	2610	2623	60.00	60.31

Tabela 19 - Armadura longitudinal nos montantes

ii) **Cálculo da armadura transversal**

Para o cálculo da armadura transversal foi aplicada a seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd, z \cot g(\theta)}}{z \times \cot g(\theta) \times f_{syd}}$$

Onde  $\theta$  toma o valor de 30°, sendo os resultados representados na tabela 20.

	Y=0 e 37,5		Y=7,5 e 30		Y=15 e 22,5	
	V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)	V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)	V <sub>sd</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> /s (cm <sup>2</sup> /m)
1	3489	17,32	6253	31,05	5964	29,61
2	2999	17,9	5610	33,5	5333	31,84
3	1007	7,54	1886	14,12	1794	13,43

Tabela 20 - Armadura transversal nos pilares, nos diferentes alinhamentos

As tensões de tração nos estribos originam uma diminuição da resistência à compressão do betão, pelo que é necessário verificar a seguinte condição:

$$\sigma_c \leq 0,6 \times \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \times f_{cd} \quad \text{e} \quad \sigma_c = \frac{V_{Rd,max}}{z \times b \times \sin \theta \times \cos \theta}$$

Os valores de tensões de compressão para as diferentes barras são os apresentados nas tabelas 21.

	$\sigma_c$ (kPa)		
	Y=0 e 37,5	Y=7,5 e 30	Y=15 e 22,5
1	5024	9004	8587
2	5192	9714	9235
3	2187	4094	3895

Tabela 21 - Tensões de compressão nos diferentes alinhamentos, nos montantes

Chega-se então a conclusão que a condição é respeitada porque  $\sigma_{cmax} = 9714 \leq 12023 \text{ kPa}$

## 4.7. Pormenorização de armaduras

Tendo em conta os resultados obtidos nos capítulos anteriores e através de regras gerais de pormenorização, apresenta-se, então, um plano de armaduras para os diferentes elementos.

### 4.7.1. Pormenorização de armaduras nas barras

Para o cálculo de armaduras mínimas, neste caso optou-se por usar a armadura mínima longitudinal de acordo com a seção 7.3.2 do EC2 [3]. Onde:

$$A_{s,min} \times \sigma_s = k_c \times k \times f_{ct,ef} \times A_{ct}$$

Onde k é um coeficiente que considera o efeito de tensões auto-equilibradas não uniformes,  $k_c$  é um coeficiente que tem em conta quer a natureza das distribuições de tensões, imediatamente antes da fendilhação, quer a alteração do braço simples,  $A_{ct}$  a área de betão tracionado,  $f_{ct,ef}$  é o valor médio de resistência do betão à tração na idade em que se espera que ocorram as primeiras fendas e  $\sigma_s$  representa a tensão máxima admissível na armadura imediatamente após a formação da fenda.

Sendo que a “viga” inferior se pode encontrar toda à tração, devido às cargas considera-se adequado, adotar, pelo menos, a armadura mínima de tração, apesar da barra estar naturalmente pré-esforçada.

Para a “viga” superior, por simplificação, considerou-se uma boa opção admitir que  $k_c$  tomaria o valor máximo para a flexão composta com compressão, ou seja,  $k_{c,superior}/k_{c,inferior} = 0,4$ , esta armadura é para metade da seção, e tendo em conta que os momentos na extremidades das barras são iguais e de sinal contrario admite-se que na seção total tem-se:

$$A_{s,min,superior} = 0,8 \times A_{s,min,inferior}$$

Para o cálculo da percentagem armadura transversal mínima foi usada a seguinte expressão:

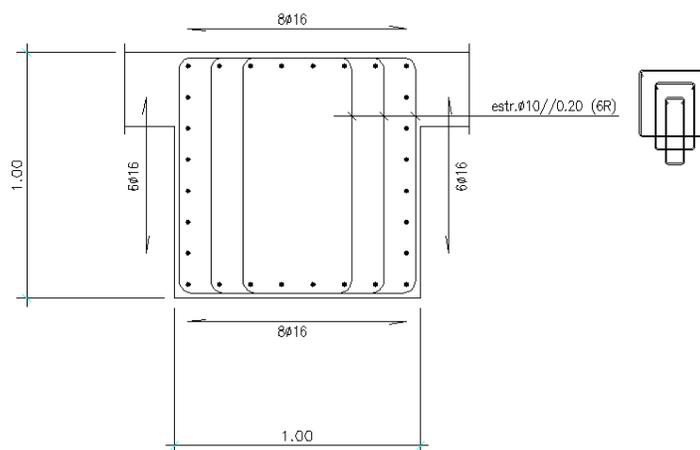
$$\rho_{w,min} = \frac{0,08 \times \sqrt{f_{cd}}}{f_{yk}}$$

Sendo assim os valores de armaduras mínimas longitudinal e transversal, são os representados na tabela 22.

	<b>As,min (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Asw (cm<sup>2</sup>/m)</b>
Inferior	64	9,47
Superior	51	

**Tabela 22 – Armadura mínima longitudinal e transversal**

Tendo em conta estes valores e os valores obtidos no capítulo 4.6.2. obtém-se, genericamente, a pormenorização de armaduras para as barras superior e inferior da figura 4.26.



**Figura 4.26 – Pormenorização genérica das barras superior e inferior**

Refira-se que os desenhos de betão armado das barras se encontram em anexo.

#### 4.7.2. Pormenorização de armadura dos montantes

O cálculo de armaduras mínimas foi feito de acordo com o ponto 1 da secção 9.2.1.1 do EC2 [3], a área mínima de armadura longitudinal é dada por

$$A_{s,min} = 0,26 \times \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \times b \times d$$

Para o cálculo da percentagem da armadura transversal mínima foi usada a seguinte expressão:

$$\rho_{w,min} = \frac{0,08 \times \sqrt{f_{cd}}}{f_{yk}}$$

Obtendo-se uma área mínima correspondente a cada par de montantes que é dada pela tabela 23.

	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_{w,min}$	$A_{sw}/s$ (cm <sup>2</sup> /m)
1	29,65	0,000947	5,68
2	24,66		
3	19,67		

Tabela 23 – Armadura mínima longitudinal e transversal para os montantes

Na alma, principalmente em elementos de altura elevada, as fendas tendem a se concentrar numa só, na parte superior, e a originar aí aberturas maiores. Para contrariar este tipo de comportamento é necessário colocar uma armadura mínima, que pode ser estimada pela expressão:

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_{ct}} = k_c \times k \times \frac{f_{ct,ef}}{f_{yk}}$$

Neste caso, é em geral, proposto que  $k \times k_c = 0,5$ .

Embora não seja necessário armadura de alma em toda a altura do elemento, devida ao momento, considera-se, sob o ponto de vista prático, que essa armadura é colocada ao longo de toda alma e é calculada por metro.

Resultam assim os valores indicados na tabela 24.

	$k_x k_c$	$A_{ct}$	$f_{ctm}$	$f_{yk}$	$A_{s,min/m}$
<b>1</b>	0,5	0,6	3,2	500	19,2
<b>2</b>					
<b>3</b>					

Tabela 24 – Armadura mínima de alma

Tendo em conta estes resultados e a análise realizada no capítulo 4.6.3., obtém-se para, por exemplo o montante 2 a pormenorização de armaduras indicada na figura 4.27.

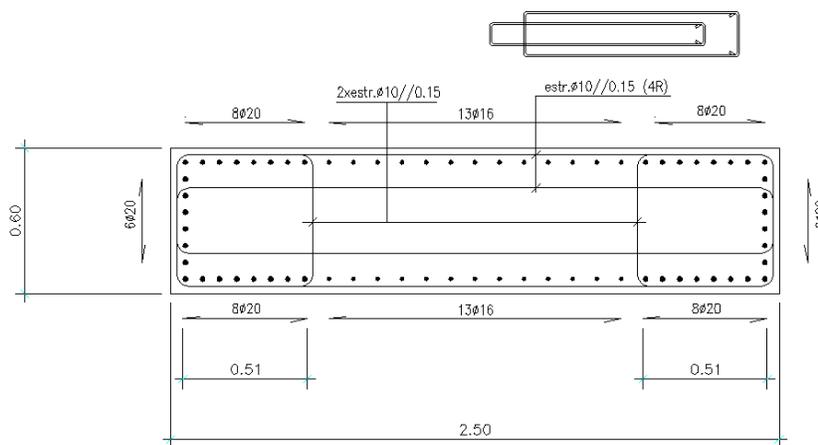


Figura 4.27 – Pormenorização genérica dos montantes

É de salientar o fato de se ter cintado as extremidades dos montantes, submetidas a maiores compressões, providenciando uma maior ductilidade a estes elementos.

Note-se também que, as armaduras que compõem o pilar fictício se encontram distribuídas na periferia do montante, isto deve-se a uma maior facilidade de execução.

Os desenhos de betão armado dos montantes encontram-se também em anexo.

## 5. Modelo de escoras e tirantes dos montantes e ligações com as barras

Para além do modelo de pilares fictícios para o cálculo de armadura dos montantes, optou-se por efetuar um estudo mais pormenorizado da distribuição de forças nos elementos através de um modelo de escoras e tirantes.

A escolha de um modelo de escoras e tirantes deve-se ao fato de esta zona ser considerada uma zona de descontinuidade, denominada, em geral, por zona D. Entenda-se por uma zona de descontinuidade o elemento, ou parte do elemento, onde uma distribuição linear do campo das deformações não é expectável.

Deixando de ser válida a hipótese de Bernoulli, nestas condições a aplicação dos métodos convencionais para lajes e vigas esbeltas, só podem ser aplicadas como simplificação, como utilizado anteriormente, mas certamente com uma menor perceção do comportamento.

### 5.1. Cálculo do modelo de escoras e tirantes

O valor das forças e esforços atuantes em cada um destes elementos resultaram do modelo adotado no capítulo 4.5.2.2. e estão indicadas na figura 5.1.

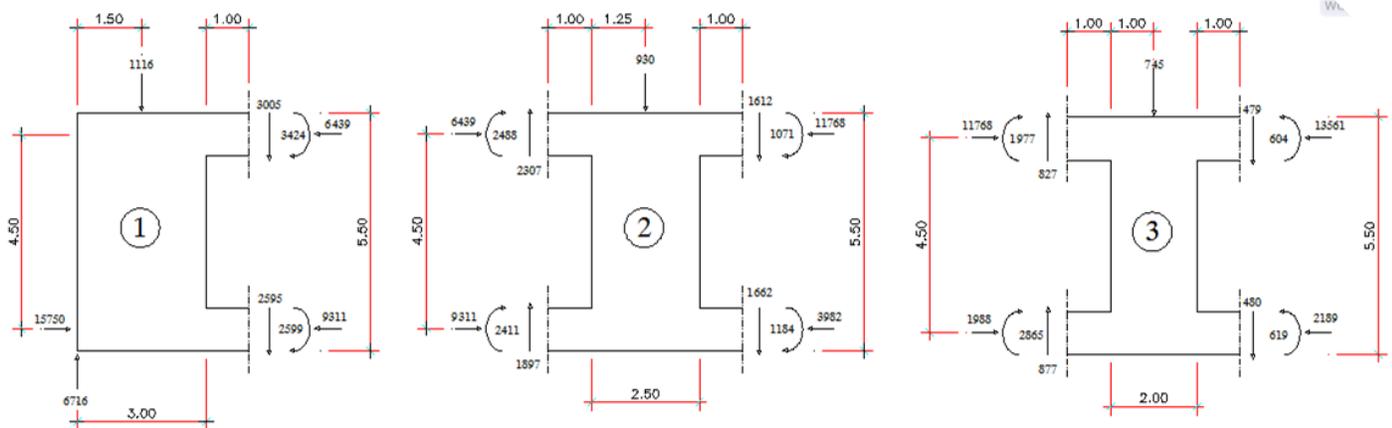


Figura 5.1 – Distribuição dos esforços nos diferentes montantes

Para esta distribuição de esforços obtiveram-se os modelos de escoras e tirantes representados na figura 5.2, recorrendo-se a um programa desenvolvido por M. Lourenço [5].

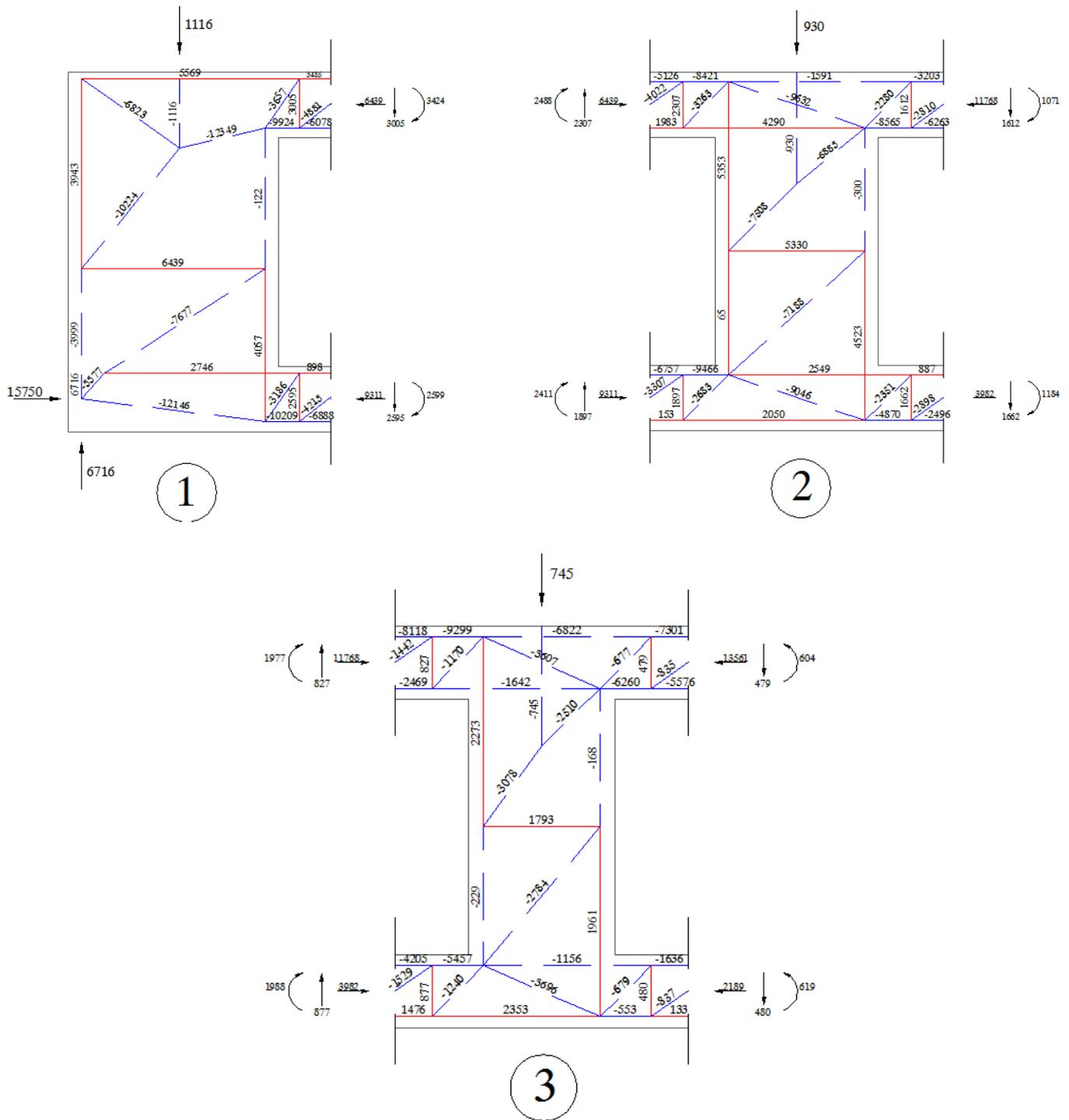


Figura 5.2 – Modelos de escoras e tirantes nos diferentes montantes

Verifica-se que os esforços de tração máximos, resultantes destes modelos, para os montantes e barras são os indicados na tabela 25.

	Montante			Barra			
	Tração longitudinal		Tração transversal	Tração longitudinal		Tração transversal	
	sup	inf		sup	inf	sup	inf
<b>1</b>	3943	4057	6439	3485	898	3005	2595
<b>2</b>	5353	4523	5330	-	1476	1612	1662
<b>3</b>	2273	1961	1793	-	-	479	480

Tabela 25 - Trações máximas resultantes dos modelos de escoras e tirantes (kN)

Aos quais correspondem uma quantidade de aço necessária, indicadas na tabela 26.

	Montante			Barra			
	Armadura longitudinal (cm <sup>2</sup> )		Armadura transversal (cm <sup>2</sup> /m)	Armadura longitudinal (cm <sup>2</sup> )		Armadura transversal (cm <sup>2</sup> /m)	
	sup	inf		sup	inf	sup	inf
<b>1</b>	90,64	93,26	42,29	80,11	20,64	69,08	59,66
<b>2</b>	123,06	103,98	35,01	-	33,93	37,06	38,21
<b>3</b>	52,25	45,08	11,78	-	-	11,01	11,03

Tabela 26 - Quantidade de armadura resultante dos modelos de escoras e tirantes

Em relação à armadura transversal dos montantes, esta foi dividida pela altura total, visto que a distribuição de tensões de compressão, de acordo com dois campos em leque, gera um único campo de trações como ilustrado na figura 5.3.

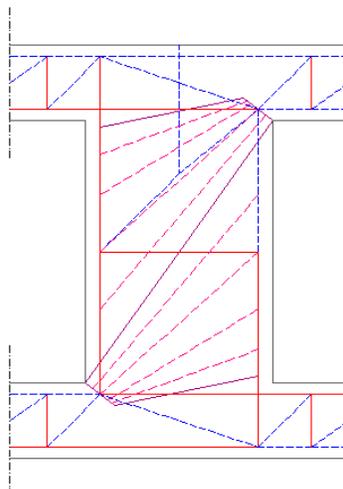


Figura 5.3 – Distribuição aproximada de tensões

Note-se, também, que se obtêm zonas, denominadas por esquinas de pórtico com tração no interior [6], que numa fase de pormenorização serão difíceis de amarrar. Estas zonas estão ilustradas na figura 5.4.

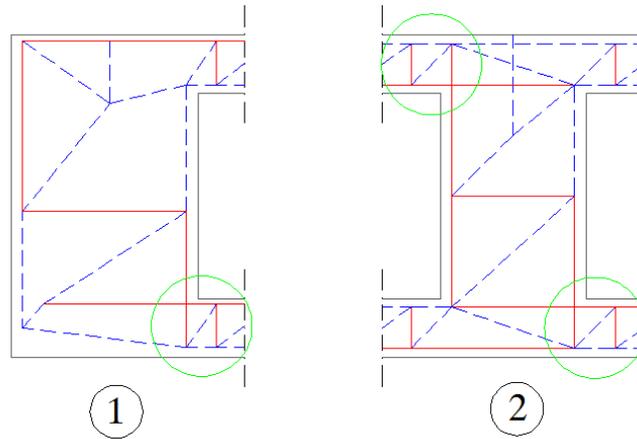


Figura 5.4 – Zona esquina de pórtico com tração no interior

Em “Dimensionamento y concepción de estructuras en hormigón armado mediante campos de tensiones, Teoría y aplicación práctica” [6] é proposta uma solução que visa a amarração localizada com chapas (a) ou através da distribuição do processo de amarração em altura (b), como ilustrado na figura 5.5.

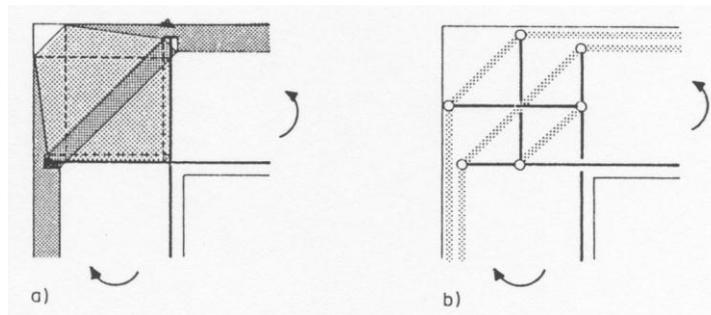


Figura 5.5 – Campo de tensões e resultantes [6]

Das quais resultam as seguintes pormenorizações de armaduras propostas na figura 5.6.

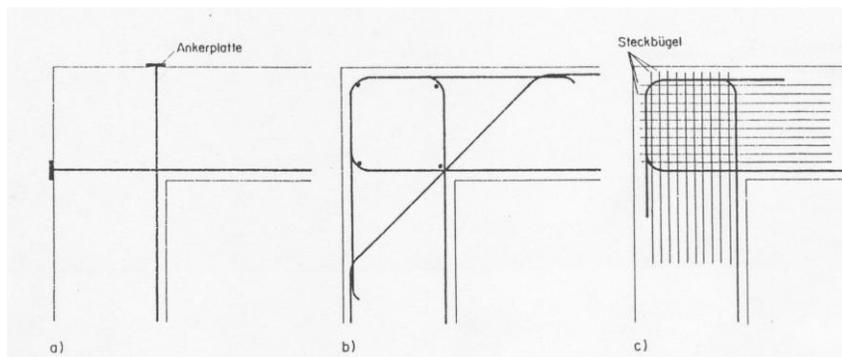


Figura 5.6 – Pormenorizações de armadura propostas [6]

Verifica-se que o caso c) é bastante semelhante em relação à pormenorização adotada nos desenhos.

## 5.2. Comparação de resultados

Ao comparar estes resultados com os obtidos anteriormente, verifica-se que, em ambos os elementos, o modelo de escoras e tirantes obtém quantidades de armadura ligeiramente inferiores ao processo de cálculo do capítulo 4.6., mas sem grandes diferenças.

	Armadura longitudinal							
	Montantes				Barras			
	Pilares fictícios		Escoras e tirantes		Peça linear		Escoras e tirantes	
	sup	inf	sup	inf	sup	inf	sup	inf
<b>1</b>	106,22	122,49	90,64	93,26	101,77	96,41	80,11	20,64
<b>2</b>	133,70	131,83	123,06	103,98	16,07	37,49	-	33,93
<b>3</b>	63,07	63,39	52,25	45,08	-	-	-	-

Tabela 27 - Comparação de quantidades de armadura longitudinal em relação aos dois modelos (cm<sup>2</sup>)

	Armadura transversal					
	Montantes			Barras		
	Peça linear	Escoras e tirantes	Peça linear		Escoras e tirantes	
			sup	inf	sup	inf
<b>1</b>	31,05	42,29	40,12	39,01	69,08	59,66
<b>2</b>	33,5	35,01	21,34	21,48	37,06	38,21
<b>3</b>	14,12	11,78	3,04	3,04	11,01	11,03

Tabela 28 - Comparação de quantidades de armadura transversal em relação aos dois modelos (cm<sup>2</sup>/m)

É interessante verificar que o método utilizado no capítulo 4.6., apesar de ser uma simplificação, não originou resultados muito diferentes dos obtidos através do modelo de escoras e tirantes. Não obstante, o estudo mais pormenorizado das zonas D, é sempre extremamente útil, em termos de se ter uma melhor perceção do encaminhamento de tensões e da chamada de atenção para as zonas de amarração.

## 6. Conclusão

Após a realização da dissertação conclui-se que a utilização da solução Vierendeel é bastante vantajosa, visto que se consegue tirar partido estrutural de dois pisos, obtendo assim uma “viga” com uma altura equivalente à distância entre pisos, e ao mesmo tempo conseguem-se aberturas na alma da “viga” que facilmente se enquadram na arquitetura corrente dos edifícios de betão armado.

Espera-se também que este trabalho ajude à compreensão do comportamento de uma viga Vierendeel, e que, portanto, na aplicação prática se possa vir a recorrer com mais frequência a este tipo de solução.

## 7. Bibliografia

Lima, J. D'Árga; Monteiro, Vítor; Mun, Maria; "Betão Armado – Esforços Normais e de Flexão", LNEC, Lisboa, 1996

Marchão, Carla; Appleton, Júlio; "Lajes de betão armado", Betão Armado e Pré-Esforçado II – Folhas de apoio às aulas, IST, 2011;

Marchão, Carla; Appleton, Júlio; "Verificação da Segurança aos Estados Limite Últimos de Elementos com Esforço Axial Desprezável", Betão Armado e Pré-Esforçado I – Folhas de apoio às aulas, IST, 2006;

Rodrigues, Inês; "Zonas de Descontinuidade de Betão Estrutural Campos de Tensões Tridimensionais", Tese de Mestrado, Lisboa, 2008

Vierendeel, Arthur; "Cours de Stabilité des Constructions"; Louvain, A. Uystpruyst, Paris, 1920;

## 8. Referências

- [1] Academic; <http://de.academic.ru/dic.nsf/dewiki/102705> [visto a 1/10/2012]
- [2] Universidad Nacional de La Plata; <http://www.ing.unlp.edu.ar/estruc3a/arq/e3/vierende.pdf> [visto a 1/10/2012]
- [3] CEN, Comité Europeu de Normalização; “Eurocode 2: Design of Concrete Structures”, EN 1992-1-1, Dezembro de 2004
- [4] prEN 1991-1-1. Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-1: General actions – Densities, selfweight, imposed loads for buildings. European Committee for Standardization, 2001.
- [5] Marchão, Carla; Appleton, Júlio; “Verificação da Segurança aos Estados Limite Últimos de Elementos com Esforço Axial Desprezável”, Betão Armado e Pré-Esforçado I – Folhas de apoio às aulas, IST, 2006;
- [6] Lourenço, M; Almeida, J; Appleton, J; “Zonas de descontinuidade. Automatização do processo de dimensionamento Proceedings of Betão Estrutural 2000”, Porto, Nov. 2000
- [7] Mutoni, A; Schwartz, J; Thürlimann, B; “Dimensionamento y concepción de estructuras en hormigón armado mediante campos de tensiones, Teoría y aplicación práctica”, Lausana, Suíça, 2006

## 9. Anexos