

# MODELAÇÃO EM COMPUTADOR DE CAMPOS DE HELIÓSTATOS POR RASTREAMENTO DE RAIOS SOLARES

**Pereira J.C.G.\*, Domingos G.A.\*\***, Rosa L.G.\*\*

\* DEQ - Departamento de Engenharia Química, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal, jose.carlos.pereira@tecnico.ulisboa.pt

\*\* IDMEC - Instituto de Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal, luisguerra@tecnico.ulisboa.pt

## RESUMO

Neste trabalho descrevem-se, de forma sucinta mas o mais abrangente possível, as técnicas matemáticas e computacionais necessárias para fazer modelação de campos de heliostatos por rastreamento de raios solares. Começa-se por descrever um algoritmo astronómico para calcular a posição do Sol, tal como proposto pela comunidade astronómica. Seguidamente descrevem-se métodos simples para obter vectores aleatórios que tenham em conta a inclinação e a intensidade relativa dos raios solares. Seguidamente descrevem-se métodos matemáticos iterativos para calcular a orientação de um heliostato, para os três modelos habituais: Azimute-Elevação, Inclinação-Rolamento e Alvo-Alinhado. A orientação assim obtida para um heliostato é o ponto de partida para calcular, por via puramente analítica, a reflexão dos raios solares pela superfície do heliostato, qualquer que seja a sua curvatura. O problema não trivial do bloqueio e sombreamento de heliostatos por outros heliostatos é tratado de forma eficiente e elegante em simulações por rastreamento de raios, como se mostra seguidamente. Finalmente é resumidamente abordada a forma como a informação dos raios solares é recolhida pelo alvo e analisada. Os métodos aqui discutidos foram implementados e testados no nosso próprio software LAM, podendo ser utilizados para simular campos de heliostatos arbitrariamente complexos, de forma muito eficiente (com  $10^8$ - $10^9$  raios, se implementados numa linguagem eficiente, como o C), com imensos graus de liberdade, permitindo estratégias de investigação muito variadas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelação de Campos de Heliostatos, Azimute-Elevação, Inclinação-Rolamento, Alvo-Alinhado, Radiação do Sol, Bloqueio e Sombreamento de Heliostatos, Modelação Óptica, Simulações por Rastreamento de Raios

## ABSTRACT

In this work we describe in a short but comprehensive way, the mathematical and computational techniques needed to perform modelling of heliostat fields, using ray-tracing techniques. First, the astronomic algorithm to calculate the position of the Sun is presented, as proposed by the astronomic community. Simple methods to generate random vectors that take into account the inclination and intensity of the Sun rays are then described. Iterative mathematical procedures are described next to calculate the heliostat orientation for the three common models: Azimuth-Elevation, Tilt-Roll and Target-Aligned. The heliostat orientation thus obtained is the starting point to handle, by analytical methods only, the reflection of the Sun rays by the heliostat mirror, independently of its curvature. The non-trivial problem of heliostat blocking and shading by other heliostats in the field is handled in an efficient and elegant way in ray-tracing simulations as is described next. Finally, it is briefly mentioned the way the information is collected by the target and analysed. The methods described here were implemented and tested in our own LAM software, and can be used to simulate heliostat fields arbitrarily complex, in an efficient way (with  $10^8$ - $10^9$  rays, if implemented in an efficient language such as C), with many degrees of freedom, allowing a wide range of research strategies.

**KEYWORDS:** Heliostat Field Modelling, Azimuth-Elevation, Tilt-Roll, Target-Aligned, Sun Radiation, Heliostat Shading, Heliostat Blocking, Optical Modelling, Ray Tracing Simulations

## POSIÇÃO DO SOL

A determinação da posição do Sol em função da latitude, longitude, data e tempo é fundamental para simular o funcionamento de um campo de helióstatos. O algoritmo geocêntrico descrito na Fig. 1., desenvolvido pela comunidade astronômica (Lawrence 2018; Duffett-Smith 1988) é composto por nove tarefas, envolvendo sucessivamente o cálculo de três tempos (universal de Greenwich UT, sideral de Greenwich GST e local sideral LST), três anomalias (média, excêntrica e real) e três coordenadas (elípticas, equatoriais e de horizonte). A nossa versão deste algoritmo, escrita em C, tem cerca de 760 linhas de código (incluindo comentários, excluindo bibliotecas) e demora apenas uns milésimos de segundo a ser executada.

A tarefa 2 é uma das mais complexas, envolvendo nomeadamente o cálculo dos dias Julianos. A tarefa 4 é talvez a mais importante, porque é aqui que a posição do Sol é calculada, utilizando dados astronômicos tabelados. A tarefa 5 é a mais famosa, porque envolve a resolução da equação de Kepler, para converter a posição numa órbita circular para uma órbita elíptica.

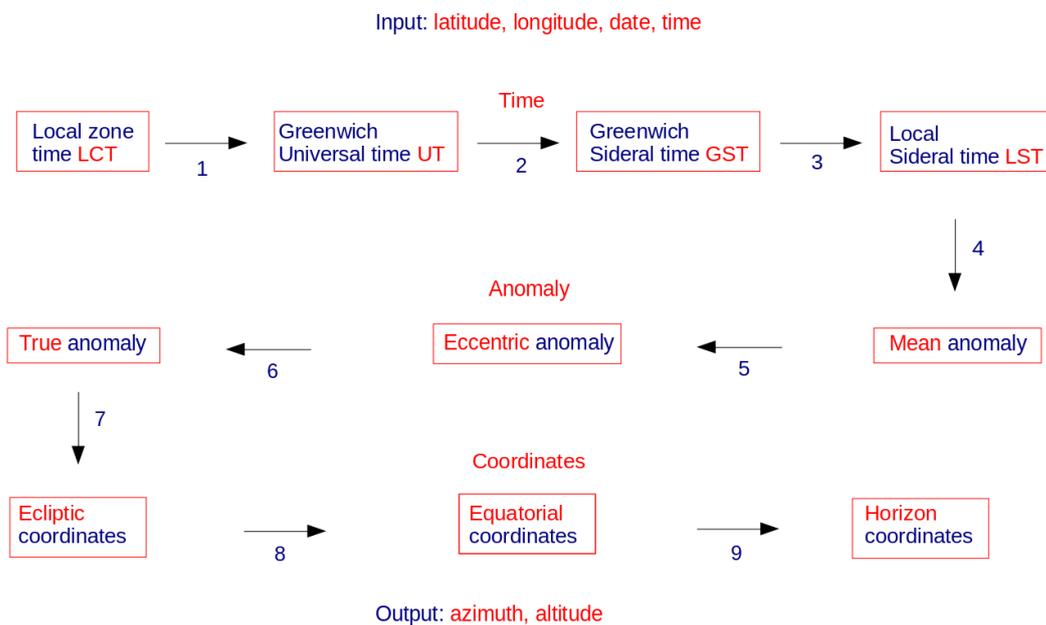


Fig. 1. Algoritmo dividido em 9 tarefas para calcular a posição do Sol, envolvendo sucessivamente o cálculo de diversos tempos, anomalias e coordenadas.

## INCLINAÇÃO / INTENSIDADE DOS RAIOS SOLARES

Os raios solares não são completamente paralelos, devido ao diâmetro não desprezável do disco solar (ver Fig. 2.), apresentando uma inclinação máxima  $\alpha_{\max}$  de cerca de  $0.267^\circ$ , dependendo da distância da Terra ao Sol  $D$ , que varia ao longo do ano. Para calcular esta distância  $D$  em cada instante basta saber a anomalia real  $v$ , um sub-produto do algoritmo astronômico acima descrito (ver Fig. 2.). Gerando pontos aleatórios na superfície esférica do Sol que ilumina a Terra (a amarelo na Fig. 2.), com coordenadas esféricas, obtêm-se ângulos  $\theta$  e  $\phi$ , que definem o ponto de emissão do raio (este cálculo não é trivial, ver por exemplo (Pereira et al., 2019)). Sabendo o ângulo  $\theta$ , pode calcular-se o ângulo  $\alpha$  (ver Fig. 2.). A direcção do raio solar, calculada pelo algoritmo astronômico, pode agora ser modificada por estes ângulos  $\alpha$  e  $\phi$ , produzindo raios aleatórios com uma ligeira inclinação.

Por outro lado, observações astronômicas mostram que a intensidade dos raios emitidos é máxima no centro do disco solar decaindo para zero na periferia. Admitindo que os raios são emitidos perpendicularmente à superfície solar, a intensidade dos raios que chegam à Terra pode simular-se multiplicando-a por  $\cos \theta$ , projectando os raios ao longo do eixo Sol-Terra.

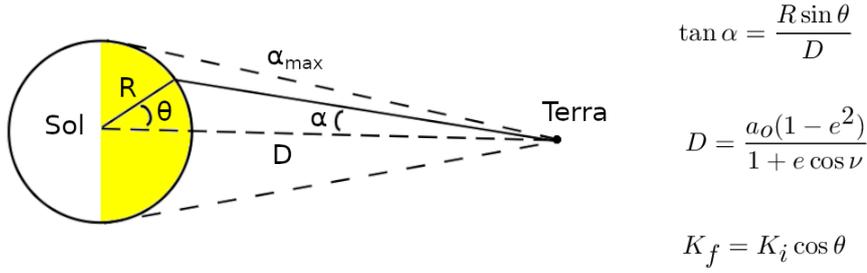


Fig. 2. A inclinação  $\alpha$  de cada raio solar depende da distância Sol-Terra  $D$ , que varia ao longo do ano e pode ser calculada sabendo a anomalia real  $\nu$ , calculada no algoritmo astronômico ( $e = 0.016708$  é a excentricidade da órbita solar e  $a_0 = 149598500$  km é o comprimento do semi-eixo maior dessa órbita). Cada raio solar é obtido gerando inicialmente um ponto aleatório (definido por ângulos  $\theta, \phi$  em coordenadas esféricas) na metade da superfície esférica solar que ilumina a Terra (a amarelo). O vector  $\mathbf{s}$  que indica a posição do Sol (obtido pelo algoritmo astronômico) é em seguida modificado pelos ângulos aleatórios  $\alpha, \phi$  relativamente ao eixo Sol-Terra, para construir o raio  $\mathbf{K}_i$ . Finalmente a intensidade de cada raio solar é projectada ao longo do eixo Sol-Terra, multiplicando por  $\cos \theta$

### MODELO AZIMUTE-ELEVAÇÃO

Este modelo mecânico, talvez o mais comum para heliostatos grandes, assume um eixo de rotação primário (a violeta na Fig. 3) alinhado com o eixo  $z$  e um eixo de rotação secundário (a verde na Fig. 3.) inicialmente alinhado com o eixo  $x$ , que aponta para Este (o eixo  $y$  aponta para Norte). Como os vectores  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{s}$  são constantes, pode calcular-se o vector  $\mathbf{n}$  (ver Fig. 3.), seguidamente os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , e seguidamente o novo centro  $\mathbf{c}$  do espelho do heliostato, que é diferente do inicial devido à distância  $o_2$ . Calculando novamente o vector  $\mathbf{n}$  e repetindo sucessivamente toda a sequência de cálculo obtém-se rapidamente convergência. Menos de 10 iterações é geralmente suficiente, mesmo para níveis de exigência muito grandes no critério de convergência dos dois ângulos:  $\Delta\alpha < 10^{-10}$  e  $\Delta\beta < 10^{-10}$ .

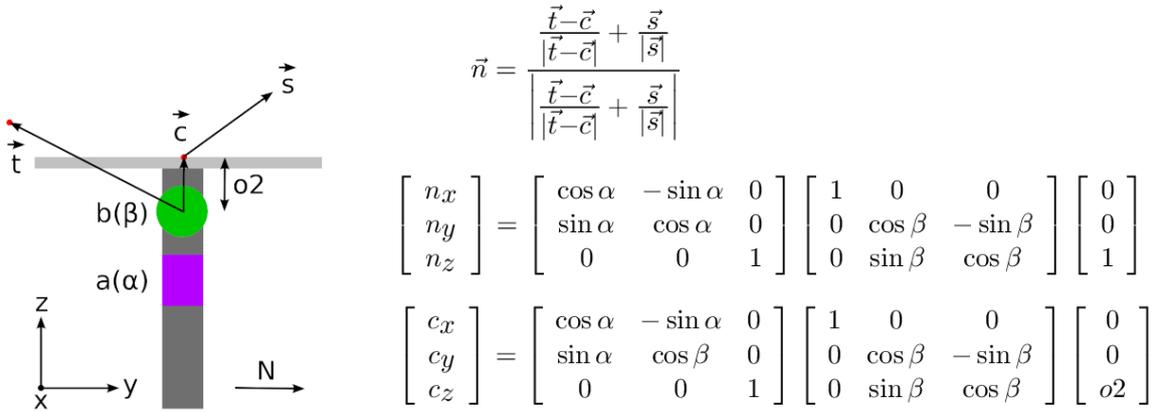


Fig. 3. Método iterativo para calcular o vector normal  $\mathbf{n}$  e a posição do centro do espelho  $\mathbf{c}$ , no modelo mecânico azimute-elevação, em função da posição solar  $\mathbf{s}$ : 1) calcular  $\mathbf{n}$ ; 2) calcular ângulos  $\alpha, \beta$ ; 3) calcular  $\mathbf{c}$ ; 4) repetir até obter convergência (os vectores  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{s}$  são constantes).

### MODELO INCLINAÇÃO-ROLAMENTO

Este modelo mecânico (Martínez-Hernández *et al.* 2020), talvez o mais comum para heliostatos pequenos, assume um eixo de rotação primário (a violeta na Fig. 4.) alinhado com o eixo  $x$ , que aponta para Este, e um eixo de rotação secundário (a verde na Fig. 4.) inicialmente alinhado com o eixo  $y$ , que aponta para Norte. Mecanicamente, o eixo secundário é paralelo ao plano do espelho e depois de uma rotação  $\alpha$ , a rotação  $\beta$  dá-se em torno de um eixo  $y'$  inclinado. Matematicamente esta sequência de rotações é equivalente a rodar primeiro o eixo secundário em torno do eixo  $y$  e depois rodar o eixo primário em torno do eixo  $x$ :  $R_{y'}(\beta)R_x(\alpha) = R_x(\alpha)R_y(\beta)R_x(-\alpha)R_x(\alpha) = R_x(\alpha)R_y(\beta)$ . Como os vectores  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{s}$  são constantes, pode calcular-se o vector  $\mathbf{n}$  (ver Fig. 4), seguidamente os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , e seguidamente o novo centro  $\mathbf{c}$  do espelho do heliostato, que é diferente do inicial devido às distâncias  $o_1$  e  $o_2$ . No cálculo do  $\mathbf{c}$ , a origem na primeira rotação  $\beta$  está no eixo secundário

(em cima) e depois na segunda rotação  $\alpha$  passa para o eixo primário (em baixo). Calculando novamente o vector  $\mathbf{n}$  e repetindo sucessivamente toda a seqüência de cálculo obtém-se rapidamente convergência, como no modelo anterior.

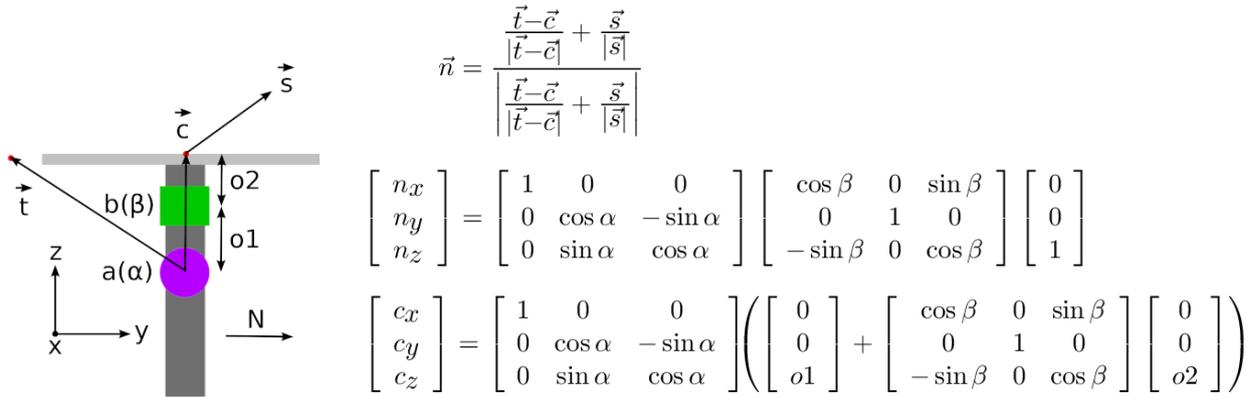


Fig. 4. Método iterativo para calcular o vector normal  $\mathbf{n}$  e a posição do centro do espelho  $\mathbf{c}$ , no modelo mecânico inclinação-rolamento, em função da posição solar  $\mathbf{s}$ : 1) calcular  $\mathbf{n}$ ; 2) calcular ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ; 3) calcular  $\mathbf{c}$ ; 4) repetir até obter convergência (os vectores  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{s}$  são constantes).

### MODELO ALVO-ALINHADO

Este modelo mecânico, embora mais complexo que os anteriores (sendo por isso menos utilizado) deve requerer menores gamas de rotação. O nosso modelo assume um eixo de rotação primário (a violeta na Fig. 5.) alinhado com o alvo, e um eixo de rotação secundário (a verde na Fig. 3.) que aponta para Oeste. A primeira tarefa consiste em construir um novo referencial xyz (o eixo y vai apontar para baixo, ver Fig. 5.). A segunda tarefa é calcular a posição do Sol  $\mathbf{s}$  no novo referencial. Neste novo referencial, o problema é exactamente igual ao do modelo Azimute-Elevação e as mesmas rotinas de cálculo iterativo podem ser aplicadas aqui. Finalmente, é necessário converter o vector  $\mathbf{n}$  e o vector  $\mathbf{c}$  para o referencial inicial (ver Fig. 5.).

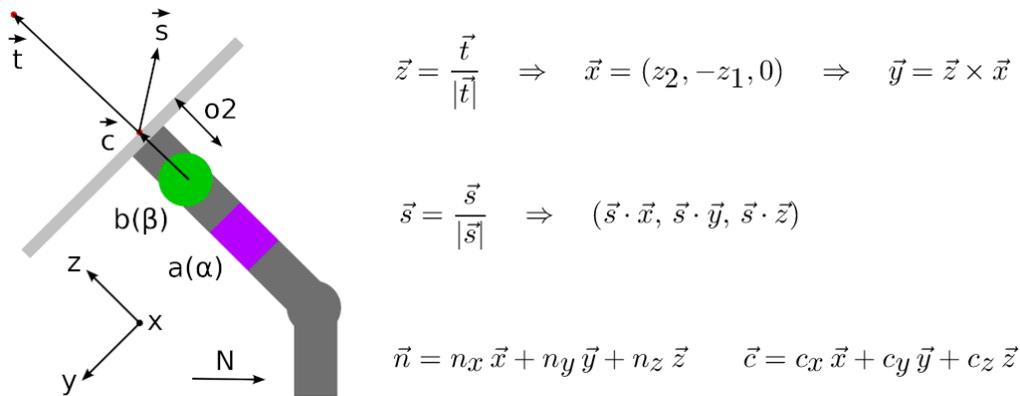


Fig. 5. Método iterativo para calcular o vector normal  $\mathbf{n}$  e a posição do centro do espelho  $\mathbf{c}$ , no modelo mecânico alvo-alinhado, em função da posição solar  $\mathbf{s}$ : 1) construir o referencial  $\mathbf{xyz}$  alinhado com o alvo; converter o vector  $\mathbf{s}$  para o novo referencial; 2) aplicar passos 1, 2, 3 do método azimute-elevação no novo referencial e repetir até obter convergência; 3) converter  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{c}$  para o referencial inicial.

### REFLEXÃO NO HELIÓSTATO

Após determinar o vector normal  $\mathbf{n}$  que determina a orientação mecânica do heliostato, o passo seguinte é calcular a reflexão do raio solar no espelho. Este espelho pode ter curvaturas muito diferentes (planar, esférica, parabólica, hiperbólica...), sendo as mais comuns a planar e a esférica, por facilidade de construção (a parabólica é idêntica à esférica, para as deflexões na curvatura normalmente utilizadas, na gama 1.0-0.1%, correspondendo a distâncias focais de 25-250 m).

Para calcular o vector e o ponto de partida de um raio após a reflexão na curvatura do espelho, por via puramente analítica, é necessário: 1) determinar o ponto de intersecção do raio no espelho; 2) determinar o vector normal nesse ponto. Sabendo este vector normal pode-se calcular o vector reflectido (Pereira *et al.* 2019, 2020).

Estas tarefas são muito mais fáceis de realizar se o espelho estiver na horizontal. Para um espelho na horizontal, com um vector normal na direcção (0, 0, 1), podemos calcular os ângulos  $\theta$ ,  $\phi$  que rodam esse vector para a orientação real, calculada anteriormente para o helióstato (ver Fig. 6.). Seguidamente podemos aplicar as rotações inversas para determinar a nova orientação do vector  $\mathbf{s}$  proveniente do Sol, quando o helióstato está horizontal. Depois de calcular o vector reflectido e a sua posição, é necessário aplicar as rotações directas para obter o vector reflectido e a sua posição, na orientação e posição inicial do helióstato. Ao contrário das rotações dos modelos mecânicos, que correspondem a rotações reais, estas rotações  $\theta$ ,  $\phi$  e as suas inversas  $-\phi$ ,  $-\theta$  são apenas transformações matemáticas.

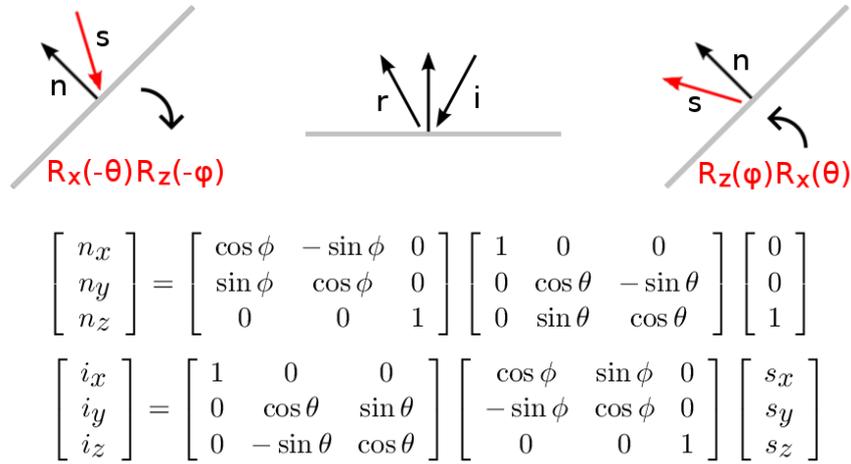


Fig. 6. Método para calcular a reflexão do raio solar no espelho: 1) sabendo o vector  $\mathbf{n}$ , calcular os ângulos  $\theta$ ,  $\phi$ ; 2) aplicando as rotações inversas,  $R_x(-\theta)R_z(-\phi)$ , calcular o raio incidente  $\mathbf{i}$  no referencial horizontal; 3) calcular a intersecção e a reflexão no espelho horizontal, para uma curvatura qualquer; 4) aplicando as rotações directas,  $R_z(\phi)R_x(\theta)$ , calcular o vector do raio reflectido e a posição de partida desse raio na orientação inicial do espelho.

## BLOQUEIO / SOMBREAMENTO DE HELIÓSTATOS

Os raios solares podem não atingir o alvo porque são interceptados por outros helióstatos, antes da reflexão (sombreamento) ou após a reflexão (bloqueio). Estas intersecções podem ser causadas pelo Sol estar muito baixo relativamente ao horizonte, pelo alvo estar demasiado baixo, ou pelos helióstatos estarem demasiado próximos. A prevenção destas intersecções representa claramente uma variável importante no projecto de um campo de helióstatos. Felizmente estas intersecções são muito fáceis de detectar por rastreamento de raios: a partir do ponto de reflexão do raio no espelho do helióstato, só é necessário determinar se a linha definida pelo vector que aponta para o alvo ou pelo vector que aponta para o Sol intercepta no seu interior algum dos polígonos (que se assume serem planos e convexos) que descrevem o contorno exterior dos helióstatos vizinhos. Esta determinação envolve duas tarefas: 1) calcular o ponto de intersecção dessa linha com o plano do polígono; 2) calcular se o ponto de intersecção é interior ou exterior ao polígono. Um método simples, elegante e robusto para executar a tarefa 2) (Pereira *et al.* 2021) consiste em calcular sucessivamente os produtos externos dos vectores radiais definidos pelo ponto de intersecção e pelos vértices do polígono (ver Fig. 7). Se estes vectores apontam sempre na mesma direcção (se o seu produto interno fôr sempre positivo), o ponto de intersecção é interior e este raio está a interceptar o helióstato vizinho. Matematicamente, o bloqueio e o sombreamento de helióstatos são tratados exactamente da mesma maneira, apenas muda o vector que define a linha de intersecção.

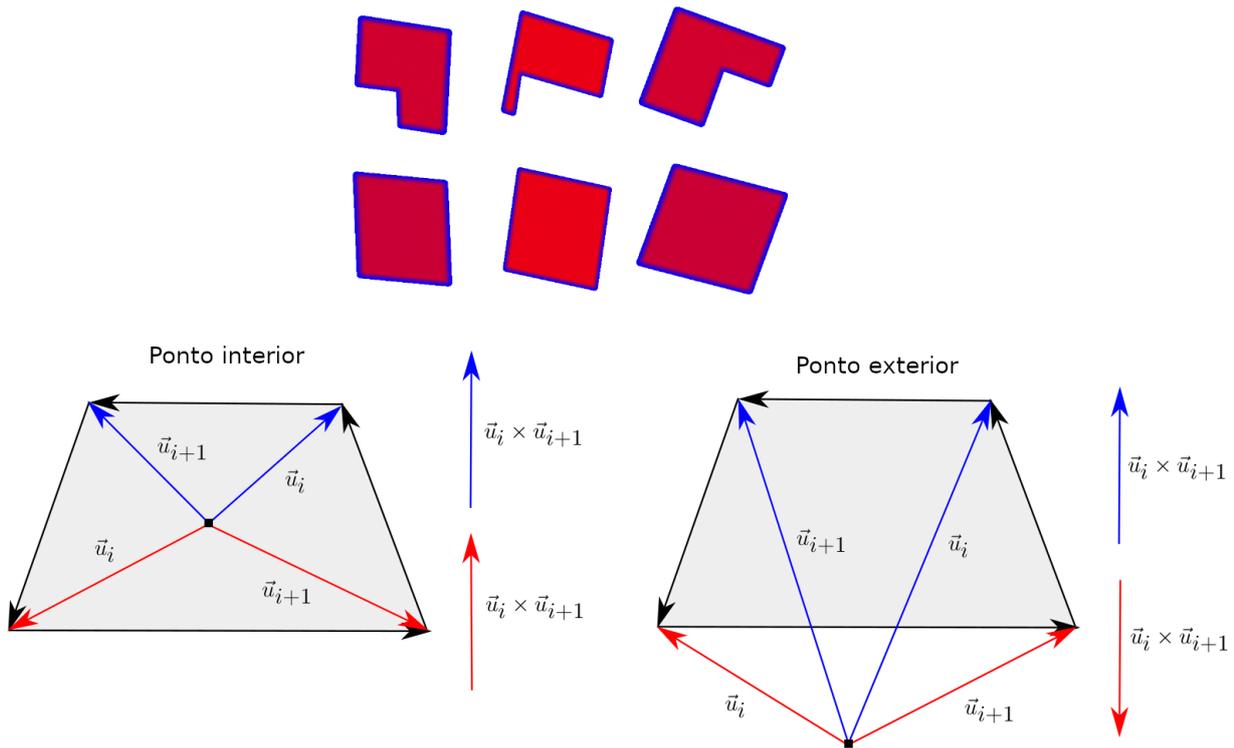


Fig. 7. Exemplo de bloqueio de heliostatos: nesta simulação, os  $2 \times 3 = 6$  heliostatos foram configurados para apontar para pontos diferentes do alvo. Os 3 heliostatos que estão à frente (que apontam para baixo) estão a bloquear a radiação reflectida pelos 3 heliostatos que estão atrás (que apontam para cima). O método aqui utilizado para detectar se um raio, do heliostato para o alvo (bloqueio) ou para o sol (sombreamento) é interceptado por outro heliostato, consiste em: 1) calcular o ponto de intersecção do raio com o plano definido pelo polígono do espelho; 2) calcular sucessivamente o produto externo dos vectores radiais, calculados a partir desse ponto de intersecção, com os vértices do polígono, seguindo sempre a mesma ordem. Se estes vectores externos apontarem sempre na mesma direcção, o ponto está dentro do polígono e o raio intersecta o heliostato.

## O ALVO

Qualquer simulação por rastreamento de raios necessita de sistemas colectores desses raios, que armazenem a informação produzida. Para recolher os raios que interceptam o alvo, podemos definir um rectângulo plano de pixéis, com um tamanho arbitrário, caracterizado por um vector posição, um vector normal e um vector que aponta para cima (como uma máquina fotográfica). Idealmente este alvo deve estar orientado perpendicularmente à direcção média dos raios incidentes provenientes do campo de heliostatos. Campos grandes de heliostatos, para produção de energia, tendem a ter uma torre central que recebe toda a radiação solar. Neste caso o alvo pode ser simulado por um cilindro interceptor dos raios, que seguidamente é desenrolado e transformado num rectângulo plano de pixéis, como anteriormente. Os dados assim adquiridos podem em seguida ser usados para produzir imagens, tratamentos estatísticos, perfis de variação, etc. Estas técnicas computacionais são amplamente ilustradas nos nossos trabalhos prévios (Pereira *et al.* 2020, 2021).

## CONCLUSÕES

A modelação de campos de helióstatos por rastreamento de raios solares é um método eficiente e rigoroso, que permite contabilizar e estudar uma diversidade muito grande de efeitos, difíceis de estudar por outras vias, nomeadamente os aspectos complexos relacionados com a posição do Sol em cada instante, a intensidade e a inclinação dos raios solares, as características mecânicas dos modelos mais comuns de helióstatos (azimute-elevação, inclinação-rolamento e alvo-alinhado), a reflexão por espelhos com curvaturas muito diferentes (plana, esférica, parabólica...), e o bloqueio e sombreamento de helióstatos por outros helióstatos. Todos estes aspectos foram incluídos no pacote de programas de computador LAM, em linguagem C, que construímos para validar os métodos matemáticos e computacionais aqui discutidos. Simulações rigorosas, com  $10^8$ - $10^9$  raios, podem ser realizadas em poucos minutos, permitindo estudos exaustivos sobre temas importantes, como a gama de rotações mecânicas que os helióstatos precisam de executar, a energia consumida por modelos e estratégias de utilização diferentes, ou a influência da latitude nos resultados obtidos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a *The Cyprus Institute* por ter permitido o acesso às suas instalações e o apoio do seu pessoal científico e técnico, em 2022. Este trabalho beneficiou do apoio financeiro da União Europeia através do projecto SFERA-III, Grant Agreement No 823802 (proposta SURPF2101310018-CAHO “Development of Computer Algorithms to Optimize Heliostat Orientation”). Os autores agradecem à Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) pelo seu suporte financeiro através do projecto LAETA Base Funding (DOI: 10.54499/UIDB/50022/2020).

## REFERÊNCIAS

- Duffett-Smith P. (1988). *Practical Astronomy with Your Calculator*. Ed. University of Cambridge, 3<sup>rd</sup> Edition.
- Lawrence J.L. (2018). *Celestial Calculations, a Gentle Introduction to Computational Astronomy*. Ed. MIT Press.
- Martínez-Hernández A.; Gonzalo I.B.; Romero M.; González-Aguilar J. (2020). Drift analysis in tilt-roll heliostats. *Solar Energy*, 211, 1170.
- Pereira J.C.G.; Fernandes J.C.; Rosa L.G. (2019). Mathematical models for simulation and optimization of high-flux solar furnaces. *Math. Comput. Appl.*, 24, 65.
- Pereira J.C.G.; Rodríguez J.; Fernandes J.C.; Rosa L.G. (2020). Homogeneous flux distribution in high-flux solar furnaces. *Energies*, 13, 433.
- Pereira J.C.G.; Rahmani K.; Rosa L.G. (2021). Computer modelling of the optical behavior of homogenizers in high-flux solar furnaces. *Energies*, 14, 1828.