



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Universidade Técnica de Lisboa



ESTIMAÇÃO DE ESTADO E LIMITES DE PRECISÃO DE PROTEÇÕES DE ALTA VELOCIDADE

Estudo Estatístico no Domínio do Tempo

Luís Carlos Alves de Matos

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Júri

Presidente: Professor Doutor Eng.^o Paulo Branco
Orientador: Professor Doutor Eng.^o José Luís Pinto de Sá
Vogal: Professor Doutor Eng.^o Pedro Flores Correia

Dezembro 2012

Agradecimentos

A realização desta dissertação finda uma importante etapa, cheia de emoções e repleta de momentos marcados por pessoas dentro e fora do Instituto Superior Técnico. Gostaria aqui de agradecer a todos aqueles que de alguma forma se cruzaram no meu caminho e me levaram a traçar este rumo do qual muito aprendi e me fez crescer não só ao nível intelectual mas humano. Espero, sinceramente, que com o fim desta etapa as amizades perdurem para a próxima e em muitas outras etapas da minha vida.

Ao Professor José Luís Pinto de Sá, meu orientador científico, desejo expressar o meu agradecimento por me possibilitar desenvolver este tema e elaborar a tese aqui apresentada.

Ao meu pai pelo seu enorme coração, companheirismo e especial capacidade de tomar as decisões certas. Foi a minha inspiração desde pequeno, pelo seu perfeccionismo, dedicação, típicas de um engenheiro e pelas lições que me deu ao me levar a visitar muitas das Barragens de Portugal.

À minha mãe pela racionalidade e afeto, estou imensamente grato pelo incondicional apoio e presença nos momentos bons e nos momentos difíceis.

A todos os Docentes do Departamento de Engenharia Eletrotécnica, ramo de Energia, do Instituto Superior Técnico, desejo expressar profundo agradecimento, pelo apoio e incentivo.

Resumo

O aumento constante das potências instaladas numa rede de transporte e o conseqüente incremento das potências de curto-circuito, mostrou a necessidade de uma maior rapidez na eliminação dos defeitos, da melhoria da seletividade e da segurança na operação das proteções. A proteção de distância, pelas inúmeras vantagens: simplicidade, autonomia em relação às telecomunicações, funções de backup de 2º e 3º escalão, grande versatilidade em relação às tensões de operação, ditou que o relé de proteção de distância fosse o mais utilizado no mundo. Assim sendo, é de total interesse conhecer limites de rapidez de atuação e os fenômenos que provocam estas limitações. A descoberta destes limites e fenômenos tem impacto em vários campos, podendo poupar de esforços às empresas que continuam a investigar: para tornar as proteções mais rápidas, para a caracterização dos fenômenos que limitam a rapidez, para a melhoria dos algoritmos existentes e, até, para explicar os limites e opções tomadas nas proteções já em operação, obtidos de forma empírica ou experimental.

Na primeira parte deste trabalho é feita uma introdução dos vários subsistemas de uma proteção de distância. É explicado o funcionamento de dois algoritmos de estimação de fasores mais comuns [14]: a transformada discreta de Fourier [14] e o estimador baseado no filtro de Kalman [27], onde são utilizados modelos de estado [14, 20]. São também apresentados as bases teóricas dos dois métodos mais comuns de cálculo da impedância de defeito com base nos fasores estimados: o algoritmo compensado [25] e o algoritmo k desenvolvido em 1979 por **A. G. Phadke** [26]. Para fazer as análises de performance foram utilizados os resultados da Rede simulada no trabalho realizado em 1992 por **J. L. P. Sá** [11].

Na segunda parte apresentam-se duas abordagens da análise da propagação dos erros pelos vários subsistemas de uma proteção de distância, para serem comparados. Primeiro apresenta-se a abordagem de **A. G. Phadke** feita no domínio da frequência [6]. Depois, apresenta-se e desenvolve-se a abordagem no domínio do tempo de **J. L. P. Sá** [20, 21] para a análise da performance dos vários algoritmos para diferentes frequências de amostragem, pré-filtros e esquemas de operação [20]. Este método baseia-se no método de linearização das funções de cálculo da impedância de 1981 de **E. R. Sexton** e **D. Crever** [13] e nas variâncias obtidas por **J. L. P. Sá** [11].

Após a introdução da teoria exposta por **J. L. P. Sá** [20] que apenas apresenta os jacobianos em função das variáveis utilizadas pela expressão de cálculo da impedância, estes são desenvolvidos de acordo com as condições iniciais, das características do defeito em questão e em função do SIR do sistema. Por último, são feitas duas análises com implementação de todo o método no programa *Mathematica* para uma linha de comprimento médio [21] e outra para a evolução das performances dos algoritmos com variação do fator SIR, com duas hipóteses para o amortecimento das variâncias.

Palavras-chave: Proteções de distância, Proteções digitais, Teoria de filtragem, Análise estocástica

Abstract

The ceaselessly increase in installed power on a transmission network and the consequent increase in short-circuit capacity, showed the necessity to increase the speed of elimination of defects, improving the selectivity and safety in the operation of the protections. Distance relays, have showed by their numerous advantages: simplicity, autonomy in relation to telecommunications, backup functions of 2nd and 3rd zone, great versatility in relation to operating voltages, are the most used protection relay in the world. It is therefore of interest to know full limits of speed of action and the phenomena which cause these limitations.

The discovery of these limits and phenomena have an impact in several fields, can lead to save efforts on companies that continue to investigate methods to make the protections faster, the characterization of phenomena that limit the speed can help improve the algorithms already exist and even limits and explain the choices made in the protections already in operation obtained on an empirical experimental manner.

In this thesis is first done a presentation of the various subsystems of a distance protection. It is explained the working principle of two common state estimation algorithms [14]: the discrete Fourier transform [14] and the estimator based on the Kalman filter [13], where state models are used [20] [14]. Also are presented the fundamental bases of the two most common methods for the fault impedance calculus using the estimated fasors: the compensated algorithm [25] e the k algorithm developed in 1979 by **A.G. Phadke** [26]. It was still presented the power system from where the variances where obtained for use in the performance analysis, developed in 1994 by **J. L. P. Sá** [11].

In the second part are presented two approaches to the analysis of the error propagation through the various subsystems of distance protection to make comparisons. First is presented the approach of **A.G. Phadke** done in the frequency-domain [6]. Then, is explained the approach in the time-domain of **J. L. P. Sá** [20].for the analysis for a number of different sampling rates, pre-filters and operating schemes. The latter, being based on the linearization method of the equations for the impedance computation of 1981 by **E. R. Sexton and D. Crever** [13] and on the variances obtained by **J. L. P. Sá** [11].

After the introduction of the **J. L. P. Sá's** theory [11], which only presents the jacobians in order to the variables used in the impedance computation equations, are developed new jacobians using initial conditions for each fault and in order to the system's SIR. Finally a performance study is done by implementing **J. L. P. Sá's** theory on Mathematica, first on an average length line [21] and then for the evolution of the algorithm performances with the system's SIR variation for two different hypothesis.

Keywords: Distance Protection, Digital Relays, Filter Theory, Stochastic Analysis

Índice

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS	2
1.2	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	2
2	APRESENTAÇÃO E ENQUADRAMENTO.....	3
2.1	ESPAÇO DE ESTADOS DAS PROTEÇÕES DIGITAIS.....	3
2.1.1	<i>Modelos de Estados Verdadeiro</i>	3
2.1.2	<i>Modelos de Estados Assumidos</i>	5
2.2	SUBSISTEMAS DE UMA PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA	6
2.2.1	<i>Rede utilizada na simulação</i>	7
2.2.2	<i>Transdutores</i>	8
2.2.3	<i>Disjuntor</i>	9
2.2.4	<i>Linha</i>	9
2.2.5	<i>Pré-Filtros</i>	11
2.2.6	<i>Cálculo dos Fasores</i>	11
2.2.7	<i>Algoritmos de Cálculo da Impedância</i>	19
2.2.8	<i>Princípio de escalonamento no tempo</i>	27
3	PROPAGAÇÃO DE ERROS TRANSITÓRIOS.....	33
3.1	ANÁLISE DA PERFORMANCE DOS ALGORITMOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA DE A.G.PHADKE [4]	33
3.2	ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO ERRO NOS SUBSISTEMAS DE UMA PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA NO DOMÍNIO DO TEMPO DE J. L. P. SÁ [20]	37
3.2.1	<i>Cálculo das Variâncias nas Simulações da Rede</i>	38
3.2.2	<i>Propagação de Erros nos Pré-Filtros</i>	40
3.2.3	<i>Propagação de Erro nos Estimadores do Fasores</i>	41
3.2.4	<i>Propagação de Erros nos Algoritmos de Cálculo da Impedância</i>	44
3.2.5	<i>Análise dos Erros na Característica do Relé de Proteção</i>	55
4	RESULTADOS.....	59
4.1	<i>PERFORMANCE DOS ALGORITMOS TESTADOS PARA LINHAS DE COMPRIMENTO MÉDIO</i>	60
4.1.1	<i>Filtros Lineares</i>	61
4.1.2	<i>Filtros de Kalman</i>	63
4.2	<i>EVOLUÇÃO DA PERFORMANCE DOS ALGORITMOS TESTADOS COM A VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO DA LINHA</i>	65
4.2.2	<i>Hipótese 1</i>	66
4.2.3	<i>Hipótese 2</i>	68
5	CONCLUSÕES.....	71
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
7	ANEXO A - Matrizes de transformação.....	76

8	ANEXO B - Método de linearização para determinar o efeito de cargas, defeitos e incertezas	77
9	ANEXO C - Desenvolvimento das expressões do erro para filtros lineares com sinal e modelação de sistema imperfeitos.....	81
10	ANEXO D - Desenvolvimento das expressões de erro para o filtro de kalman com modelação de sinal imperfeito e ruído	83
11	ANEXO E - Determinação do nível de confiança para não sobre alcançar o barramento final.....	85
12	ANEXO F – Scripts De Mathematica	86

Lista de Tabelas

<i>Tabela 2.1 - Tabela de combinações de comprimentos das Linhas [km]</i>	<i>8</i>
<i>Tabela 2.2 - Tabela de parâmetros dos componentes da Rede</i>	<i>8</i>
<i>Tabela 2.3 - Combinações de módulos de cálculo</i>	<i>23</i>
<i>Tabela 3.1 - Esquemas testados baseados na DFT [21]</i>	<i>42</i>
<i>Tabela 3.2 - Esquemas testados baseados no Filtro de Kalman [21]</i>	<i>43</i>
<i>Tabela 4.2 - Tempos de amostragem em ms para os algoritmos ilustrados em função da distância do defeito, assumindo modelação perfeita de sinal e um grau 95% de confiança de não sobre-alcançar um defeito FF no barramento final da linha.</i>	<i>65</i>
<i>Tabela 4.3 - Tempos de amostragem em ms para os algoritmos ilustrados em função da distância do defeito, assumindo modelação perfeita de sinal e um grau 95% de confiança de não sobre-alcançar um defeito FT no barramento final da linha.</i>	<i>65</i>
<i>Tabela 8.1 - Distribuição Qui-Quadrado para $n = 2$</i>	<i>79</i>

Lista de Figuras

<i>Figura 2.1 - Evolução transitória das correntes durante um defeito</i>	3
<i>Figura 2.2 - Modelo de estado Verdadeiro</i>	4
<i>Figura 2.3 - Modelo de estado assumido</i>	5
<i>Figura 2.4 - Subsistemas de uma proteção de distância</i>	6
<i>Figura 2.5 - Esquema da rede simulada</i>	7
<i>Figura 2.6 - Disjuntor de alta tensão da ABB, max. 550 kV, max. 63 kA.</i>	9
<i>Figura 2.7 - Esquemas equivalentes da linha</i>	10
<i>Figura 2.8 - Esquema de um estimador de estado geral</i>	12
<i>Figura 2.9 - Estimador linear</i>	15
<i>Figura 2.10 - Janelas de amostragem definidas em movimento no tempo</i>	16
<i>Figura 2.11 - Estimador do Filtro de Kalman</i>	19
<i>Figura 2.12 - Princípio de medida do relé de distância</i>	20
<i>Figura 2.13 - Circuito equivalente para um defeito fase-terra</i>	21
<i>Figura 2.14 - Esquema de cálculo do algoritmo compensado</i>	23
<i>Figura 2.15 - Um defeito numa fracção k do comprimento da linha</i>	24
<i>Figura 2.16 - Componentes de sequência direta da rede num defeito trifásico</i>	25
<i>Figura 2.17 - Fluxograma do algoritmo k</i>	26
<i>Figura 2.18 - Princípio de escalonamento de tempo do relé de distância</i>	28
<i>Figura 2.19 - Representação esquemática das impedâncias a considerar</i>	29
<i>Figura 2.20 - Diagrama das impedâncias "vistas" por um relé de distância</i>	29
<i>Figura 2.21 - Influência da resistência de defeito na medida do relé de distância</i>	31
<i>Figura 3.1 - Curvas da variância da estimativa de impedância e do alcance versus tamanho da janela de amostragem</i>	35

Figura 3.2 -	<i>Distribuições da estimativa de localização do defeito.</i>	36
Figura 3.3 -	<i>Propagação do erro nos subsistemas de uma proteção de distância.</i>	37
Figura 3.4 -	<i>Transitório da corrente de defeito. A curva a tracejado é a corrente de defeito em régie estacionário.</i>	38
Figura 3.5 -	<i>Amostras de Variância das componentes de Clarke do transitório um defeito FT numa linha de 400 kV</i>	39
Figura 3.6 -	<i>Variâncias de 80 defeitos FT diferentes em linhas de 400kV longas.</i>	40
Figura 3.7 -	<i>Variâncias de 80 defeitos diferentes FF em linhas de 400kV longas.</i>	41
Figura 3.8 -	<i>Probabilidade de alcance para um limite $d=0.81$</i>	56
Figura 3.9 -	<i>Região circular do erro de defeito no barramento final, e região de probabilidade marginal de erro para $x < x$ definido</i>	57
Figura 3.10 -	<i>Regiões elípticas e circulares de erro no barramento final, e regiões de probabilidade marginal do erro</i>	58
Figura 4.2 -	<i>Variâncias de 80 defeitos FF em pu para diferentes em linhas de 400kV longas</i>	59
Figura 4.3 -	<i>Variâncias de 80 defeitos FT em pu para diferentes em linhas de 400kV longas</i>	60
Figura 4.4 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para a DFT CI.</i>	61
Figura 4.5 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para a DFT SC</i>	61
Figura 4.6 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para a DFT CI.</i>	62
Figura 4.7 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para a DFT SC</i>	62
Figura 4.8 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final com KF CI.</i>	63
Figura 4.9 -	<i>Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para o KF M.</i>	63

Figura 4.10 -	Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final com KF CI.....	64
Figura 4.11 -	Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para o KF M e KF M+.....	64
Figura 4.12 -	Diminuição do amortecimento das variâncias das correntes e das tensões beta com o aumento do comprimento da linha	66
Figura 4.13 -	Diminuição do amortecimento das variâncias das correntes e das tensões beta com o aumento do comprimento da linha	66
Figura 4.14 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC	66
Figura 4.15 -	Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC	67
Figura 4.16 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com o algoritmo KF CI	67
Figura 4.17 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+	67
Figura 4.18 -	Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com o algoritmo KF CI	68
Figura 4.19 -	Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+	68
Figura 4.20 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC	68
Figura 4.21 -	Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC	69
Figura 4.22 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com o algoritmo KF CI	69
Figura 4.23 -	Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+	69
Figura 4.24 -	Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com o algoritmo KF CI	70

<i>Figura 4.25 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+</i>	<i>70</i>
<i>Figura 8.2 - Contorno de equiprobabilidade de Zapp</i>	<i>80</i>
<i>Figura 12.1 - Fluxograma da execução dos scripts de Mathematica utilizados</i>	<i>86</i>
<i>Figura 12.2 - Regressão dum função (a azul) dos pontos conhecidos (a laranja)</i>	<i>87</i>
<i>Figura 12.3 - Princípio do funcionamento do script “evolucaotemposFFcomSIRfixo.nb”</i>	<i>90</i>
<i>Figura 12.4 - Princípio do funcionamento do script “evolucaotemposFFcomvariacaoSIR.nb”</i>	<i>92</i>

Lista de Símbolos

$RDMAV$	= relé de distância de muito alta velocidade
MAV	= muito alta velocidade
$X_{u,k}^a, X_{i,k}^a, X_k^a$	= vetores de estado assumidos para as tensões, correntes e em geral, na amostra k
$X_{u,k}, X_{i,k}, X_k$	= vetores de estado verdadeiros para as tensões, correntes e em geral, na amostra k
U_c, U_s, I_c, I_s	= termos dos cosseno e seno dos fasores da tensão e corrente, respetivamente
$I_{c,p}, I_{s,p}, I_{q,c}, I_{q,s}$	= termos dos cosseno e seno do p -ésimo fasor de corrente envolvido numa fórmula de impedância e da q -ésima harmónica do fasor de corrente
I_{DC}	= amplitude inicial da componente contínua (offset) de uma corrente
U, I	= vetores das tensões e correntes envolvidas nas fórmulas das impedâncias
\hat{X}_k, \tilde{X}_k	= estimativa e erro de estimativa de X na amostra k
$X_{avg,k}$	= valor médio de X na amostra k
r, x, Z	= resistência, reatância e impedância da linha defeituosa
$\Phi u_{k,k-1}^a, \Phi i_{k,k-1}^a, \Phi^a_{k,k-1}$	= matrizes de transição de estado assumidas para as tensões, correntes e em geral, da amostra $k - 1$ para a matriz k
$\Phi_{k,k-1}$	= matriz de transição de estado verdadeira para as tensões, correntes e em geral, da amostra $k - 1$ para a matriz k
F_k	= extensão da matriz de transição de estado
$Hu_{k,k-1}^a, Hi_{k,k-1}^a, H^a_{k,k-1}$	= matrizes de medida assumidas para as tensões, correntes e em geral, da amostra $k - m + 1$ até à amostra k
H_k	= matrizes de medida verdadeira
H^a_k	= extensão das matrizes de medida assumidas para m amostras, da amostra $k - m + 1$ até à amostra k
$\Delta H_k, \Delta \Phi_{k,k-1}$	= diferença entre as matrizes verdadeiras e as matrizes assumidas de medida e matrizes de verdadeiras e matrizes assumidas de transição de estado
A_k	= matriz de transformação de um estimador linear n variáveis através de m medições, da amostra $k - m + 1$ até à amostra k
K_k	= vetor de ganhos de um filtro de Kalman na amostra k
$z_{u,k}, z_{i,k}, z_k$	= medidas na amostra k de uma tensão, uma corrente e em geral
v_k^a, v_k	= ruído de medição na amostra k assumido e verdadeiro
w_k	= ruído da mensagem
V_k, V_{wk}	= auto-variâncias das medidas e da mensagem

XII

a_k, a_{k-1}	= fator de correlação do Modelo de Markov-1 para o ruído de medição
ξ_k, Ξ_k	= ruído branco de entrada do Modelo de Markov-1 para o ruído de medição, e a sua auto covariância
$V(X)_k, V(\tilde{X})_k$	= matrizes dos valores médios quadráticos de X_k
$\Delta t, T_a, T_r, T_{gen}, T_q$	= período de amostragem, constantes verdadeira e assumida da componente DC (offset) da corrente, e constantes de tempo da evolução da reatâncias transitórias e de uma senoide amortecida
β	= diferença entre as amplitudes dos fasores fundamentais com reatâncias sub-transitórias e transitórias
J_r, J_x	= Jacobianos de $Z = f(r, x)$ em função dos fasores de V e I
TT, TI, TTC	= transformador de tensão e corrente e transformador de tensão capacitivo
SIR	= Razão entre a impedância da linha e do sistema
δ_{1-k}	= símbolo de Kronecker
TEM	= Transitórios electromagnéticos
$EMTP$	= Programa de Transitórios Electromagnéticos
DFT	= Transformada Discreta de Fourier
KF	= Filtro de Kalman

1 Introdução

As proteções de distância de muito alta velocidade (PDMAV) têm de tomar decisões de corte seguras e confiáveis para o 1º escalão em cerca de meio ciclo (10ms para Sistemas de Transmissão de 50Hz). Um esforço considerável tem sido feito em criar algoritmos para satisfazer tais requerimentos, desde o princípio dos Relés Digitais. Os candidatos mais notáveis têm sido baseados na estimação dos fasores fundamentais, quer através de Transformadas Discretas de Fourier (FDT) [1, 2] ou de filtros de Kalman [3-5]. No entanto, para o caso de decisões em curto espaço de tempo, os transitórios induzidos por defeitos são a maior causa de erros que dependem das características aleatórias do sistema de energia defeituoso em causa [6]. Isto levou as pesquisas a desenvolverem métodos de avaliação para a performance de filtragem destes algoritmos [20].

A avaliação de relés de distância de grande velocidade tem sido efectuada quer através de simulações (baseadas em modelos físicos e computacionais [7]), ou através de métodos analíticos. Apesar destas precisarem sempre de assunções simplificativas, as aproximações analíticas conseguem fornecer resultados gerais e conclusões que são mais indicadas para guiar o desenho de algoritmos [20].

Os primeiros estudos nos anos 70 foram baseados na análise do domínio da frequência e foram focados nas capacidades de filtragem de harmónicas e da componente DC [8]. Estes métodos assumiam implicitamente métodos de ruído estacionário para os transitórios induzidos pelo defeito, tal como janelas de amostragem bem definidas [20].

Em 1978, introduziram-se os estimadores de parâmetros como fundamentos dos algoritmos [6]. Os transitórios induzidos pelos defeitos ainda eram modelados como ruído estacionário, mas os resultados eram generalizados para janelas de amostragem arbitrárias e foi introduzida uma medida escalar para a relação velocidade/alcance. Esta abordagem foi uma referência clássica para a avaliação de performance [9].

Desde 1980, foi introduzida uma abordagem no domínio do tempo para os modelos de ruído amortecido dos transitórios induzidos pelos defeitos. Tinha sido introduzido o Filtro de Kalman como estimador ótimo para ruído não estacionário. Trabalho recente destacou a caracterização do ruído induzido por defeitos em linhas de transporte como sendo variante no tempo, mas nunca se fez uma avaliação comparativa estatística como na referência [6], tendo em conta a natureza amortecida no tempo dos transitórios induzidos pelo defeito [20].

Posteriormente, foi realizada uma tentativa [12] de analisar os filtros de Kalman aplicados aos relés digitais no domínio da frequência, mas os atributos probabilísticos variantes no tempo dos transitórios induzidos pelo defeito, que justificaram a sua introdução, não foram considerados. Vale a pena notar que os filtros de Kalman são baseados na teoria de filtragem no domínio do tempo, que é

mais generalista que a clássica abordagem do domínio da frequência, que consegue especialmente lidar não só com sinais estacionários mas também com sinais variantes [16].

Nesta tese, foi utilizada e estendida uma abordagem alternativa [20] (alternativa à referência [12]), aplicando a teoria de filtragem no domínio do tempo à análise dos filtros linear e de Kalman. Esta teoria, desenvolvida em 1994 por J. L. P. Sá [20], permite a avaliação precisa da performance estatística dependente do tempo dos relés digitais, sem os constrangimentos de assumir uma janela de amostragem fixa ou estacionária [20].

1.1 Objetivos

Foi pela primeira vez publicado há 35 anos, um estudo [6] que procurava determinar os limites de rapidez das proteções digitais, usando conceitos no domínio da frequência e hipóteses simplificadas sobre o modelo do ruído (gerado pelos transitórios eletromagnéticos que acompanham os defeitos) com que os correspondentes algoritmos operavam. Foi depois retomado por J. L. P. Sá em 1994 [20,21], mas com modelos mais realistas do ruído, evolucionários, e usando conceitos no domínio do tempo e não da frequência, tendo-se orientado para a conclusão de que o problema se podia estabelecer em termos de limites de observabilidade que é ideia original neste domínio, mas o estudo não foi concluído, por razões de oportunidade.

Assim, esta tese pretende agora fazer uso do *Mathematica*, que tem grande capacidade de processamento simbólico, para a obtenção de expressões mais simplificadas para as longas expressões que resultam na construção da matriz de observabilidade H , de forma a clarificar de forma analítica, mas evidente os factores determinantes do mau condicionamento dessa matriz.

Com estas expressões avaliou-se a combinação de vários algoritmos de impedância, com diferentes esquemas de operação e vários comprimentos de linha, para obter resultados das suas performances em conjunto com várias hipóteses de modo a obter conclusões de interesse prático.

1.2 Organização da Dissertação

A presente tese está dividida em 4 capítulos.

No Capítulo 1 apresenta-se uma breve descrição dos objetivos da tese e a organização da dissertação. O Capítulo 2 introduz os vários subsistemas de uma proteção de distância.

No Capítulo 3 são apresentadas as expressões para o cálculo da região de erro final para a impedância estimada, através de vários algoritmos, esquemas e Pré-Filtros [20,21].

No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos através da utilização do programa *Mathematica*, os quais foram primeiro obtidos para um comprimento médio e depois foi analisado o comportamento dos tempos de decisão em função do comprimento da linha para duas hipóteses.

2 Apresentação e Enquadramento

2.1 Espaço de Estados das Proteções Digitais

Com base na abordagem desenvolvida em 1994 por J. L. P. Sá [20], pode-se desenvolver um modelo de estado para a medição de uma proteção de uma proteção de distância. No que se segue, a informação X_k é um vector de dois elementos, os quais definem o fasor que se pretende na $k^{\text{ésima}}$ amostra. Estes estados são variáveis aleatórias, mas podem, usualmente, ser considerados estacionários. A seguir, vão-se apresentar dois modelos; o modelo verdadeiro, que modela a realidade da evolução o estado e o modelo assumido pelos algoritmos que por falta de informação se baseia num modelo mais simplista.

2.1.1 Modelos de Estados Verdadeiro

No modelo de estado verdadeiro pode-se modelar uma evolução das correntes variantes no tempo resultante tanto do crescimento das reatâncias dos geradores de sub-transitórias para transitórias ($X_d' \rightarrow X_d''$) ou do comprimento do arco de defeito e a resistência associada.

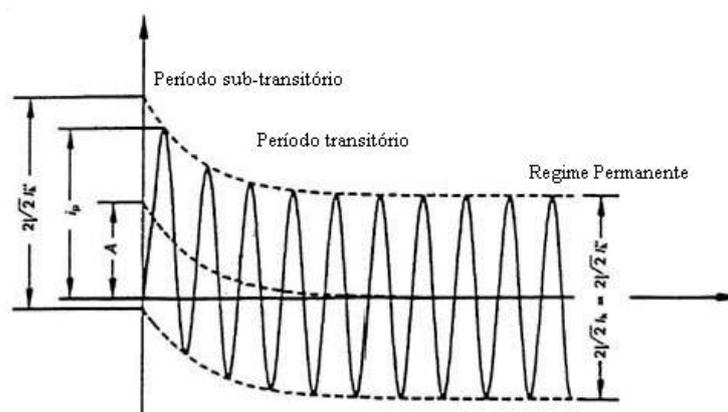


Figura 2.1 - Evolução transitória das correntes durante um defeito

Isto é feito por uma matriz de transição de estado $\Phi_{k,k-1}$. Para adequadamente representar a realidade, qualquer outros processos correlacionados tais como descritos por séries de tempo [11] têm de ser modelados como outros estados para serem adicionados à informação, estendendo X_k [15]. Estes processos estocásticos diferenciam-se do sinal em si, porque não transportam informação, encaixando então na definição geral de ruído (correlacionado, por isso colorido). Por outro lado, a observação escalar z_k (amostrada da forma de onda de tensão ou corrente) pode ser vista como uma modulação de X_k por um vector H_k , mais uma variável aleatória v_k descrita apenas por estatística. Para os estados informativos em X_k , as componentes de H_k são as funções cosseno e seno contendo o sinal sinusoidal à frequência fundamental. E isso é tudo o que os algoritmos como a DFT ou os comuns filtros de Kalman assumem para as tensões [20].

Em adição e tendo em conta o conceito de ruído branco no contexto de relés de proteções, deve-se realçar que, enquanto é uma assunção prática e frequentemente realista, a verdade é que não há processos aleatórios sem correlação entre amostras para cada intervalo de amostragem [5].

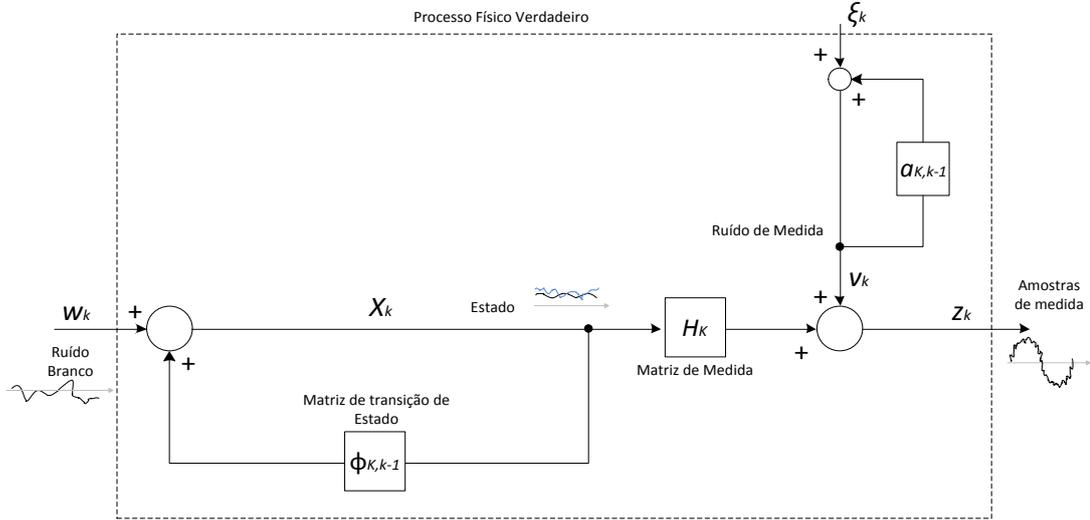


Figura 2.2 - Modelo de estado Verdadeiro

Isto é particularmente relevante, se não forem considerados pré-filtros de “antialiasing” como premissas. Portanto, vai-se considerar só um sistema de estado excitado pelo ruído branco (1ª ordem de Markov) para a modelação mínima da correlação ruído no modelo de estados verdadeiro para as tensões e as correntes como se segue [20]:

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + w_k \quad (2.1)$$

e

$$z_k = H_k X_k + v_k$$

$$v_k = a_{k,k-1}v_{k-1} + \xi_k \quad (2.2)$$

$$E(\xi_k \xi_l) = \Xi_k \delta_{l-k}$$

onde as sinusoides extra amortecidas podem ter alterações aleatórias representadas por w_k e $a_{k,k-1}$ aumenta com a redução do intervalo de amostragem Δt . A variância do ruído de medida tem agora uma clara correlação de amostra para amostra [20]

$$E(v_k^2) = V_k = a_{k,k-1}^2 V_{k-1} + \Xi_k \quad (2.3)$$

Considerando uma senoide transitória decrescente e o efeito da evolução no tempo das reatâncias dos geradores, tal como a modelação não apurada do offset no tempo da componente DC, as matrizes do modelo verdadeiro são

$$X_{i,k} = [I_c \quad I_s \quad I_{dc} \quad I_{q,c} \quad I_{q,s}]^T \quad (2.4)$$

$$\Phi_{k,k-1}^i = \text{diag}(1 + \beta e^{-(k\Delta t/T_{ger})} \quad 1 + \beta e^{-(k\Delta t/T_{ger})} \quad 1 \quad 1 \quad 1) \quad (2.5)$$

$$H_{i,k} = [\cos(\omega_0 k \Delta t) \quad \sin(\omega_0 k \Delta t) \quad e^{-(k\Delta t/T_r)} \quad \cos(\omega_q k \Delta t)e^{-(k\Delta t/T_q)} \quad \sin(\omega_q k \Delta t)e^{-(k\Delta t/T_q)}] \quad (2.6)$$

O fator $1 + \beta e^{-(k\Delta t/T_{gen})}$ decresce de $1 + \beta$ para 1 com o tempo, modelando a evolução da amplitude dos fasores, enquanto decrescem do valor sub-transitório para o valor transitório. Como esse facto afecta a amplitude dos fasores, é multiplicado da mesma forma pelos seus termos seno e cosseno [20].

Vale a pena mencionar que as sinusoides de ruído induzidas pelo defeito podem ser incrementadas em número ou substituídas por formas de onda variantes no tempo mais complexas.

2.1.2 Modelos de Estados Assumidos

As proteções de distância não têm conhecimento da configuração da rede nem de todos os processos que se verificam, pelo que têm de assumir um modelo mais simplificado.

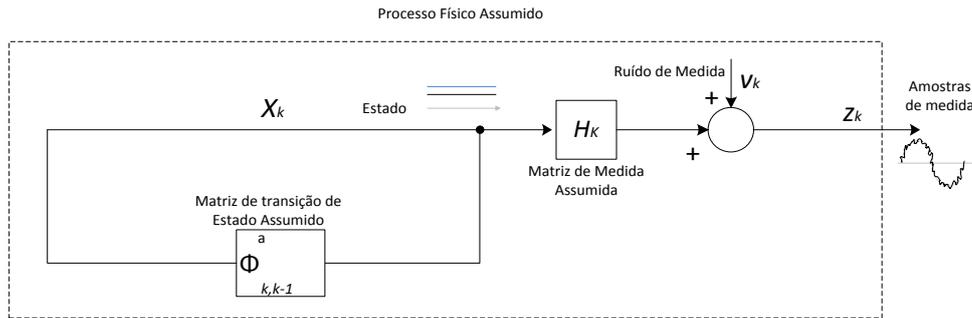


Figura 2.3 - Modelo de estado assumido

A maioria dos estimadores também assume o ruído v_k como branco (não correlacionado de amostra para amostra) [20]. Portanto, o modelo de estado assumido é

$$X_{u,k}^a = \Phi_{k,k-1}^a X_{u,k-1}^a \quad (2.7)$$

$$z_{u,k} = H_{u,k}^a X_{u,k}^a + v_{u,k}^a \quad (2.8)$$

$$E(v_{u,k}^a v_{u,l}^a) = V_{u,k}^a \delta_{l-k} = V_{u,k}^a E(v_{u,k}^a) = 0 \quad (2.9)$$

com

$$X_{u,k}^a = [U_c \quad U_s]^T \quad (2.10)$$

$$\Phi_{k,k-1}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$H_{u,k}^a = [\cos(\omega_0 k \Delta t) \quad \sin(\omega_0 k \Delta t)] \quad (2.12)$$

onde o acrónimo “a” relembra que o modelo é assumido para a implementação, mas não necessariamente verdadeiro. Para as correntes, é usual ter em conta explicitamente o ruído correlacionado definido pela componente contínua DC. Isto é realizado tanto por uma impedância mímica ou no modelo de estado (referência [14], pág. 141-142). Estas aproximações podem ser representadas pela extensão dos modelos de cima em:

$$X^a_{i,k} = [I_c \quad I_s \quad I_{dc}]^T \quad (2.13)$$

$$\Phi^a_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$H^a_{u,k} = [\cos(\omega_0 k \Delta t) \quad \sin(\omega_0 k \Delta t) \quad e^{-k\Delta t/T_a}] \quad (2.15)$$

A ordem destes modelos de estado assumidos é um subconjunto reduzido do verdadeiro, no qual as harmónicas ou qualquer ruído têm de ser incluídos.

2.2 Subsistemas de uma Proteção de Distância

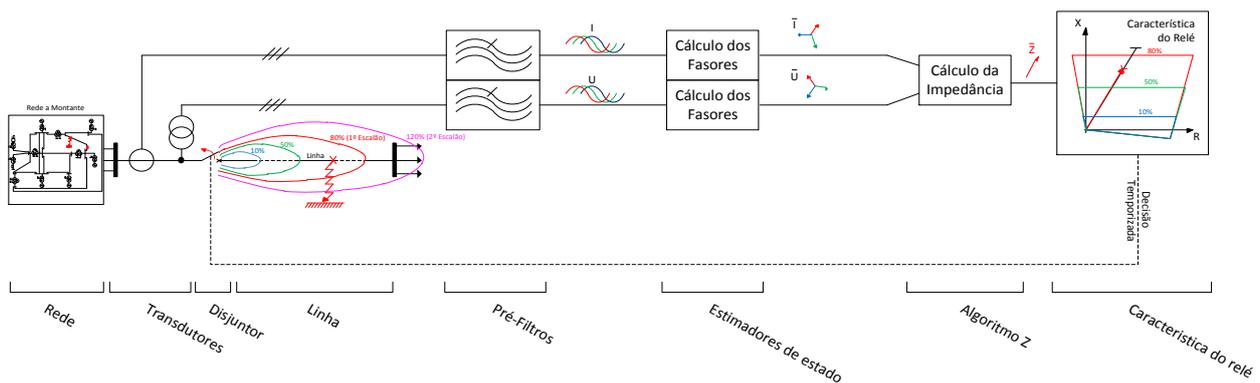


Figura 2.4 - Subsistemas de uma proteção de distância

Uma Proteção de distância protege um sistema de energia dos efeitos deteadores de um defeito sustentado. Um defeito (significando na maioria dos casos um curto circuito, mas geralmente um anormalidade do sistema) ocorre como um evento aleatório. Se qualquer componente (linha, barramento, transformador, etc.) onde ocorra o defeito não for rapidamente isolado do sistema, pode levar a uma situação de instabilidade ou ao colapso, através da atuação de outras proteções. Assim, um sistema de proteção deve remover os elementos defeituosos o mais rapidamente possível.

Apesar de uma Proteção de distância normalmente ser entendida por relé, esta é constituída por vários subsistemas, também exteriores ao Relé, que contribuem para a eliminação do defeito, conforme mostra a Figura 2.4.

Nos subcapítulos seguintes apresentam-se cada um dos subsistemas, referindo o seu funcionamento, simulação e limitações.

2.2.1 Rede utilizada na simulação

Para simular transitórios de defeitos realistas em linhas de transporte, são importantes, tanto a precisão dos modelos dos componentes, como a estrutura geral do sistema.

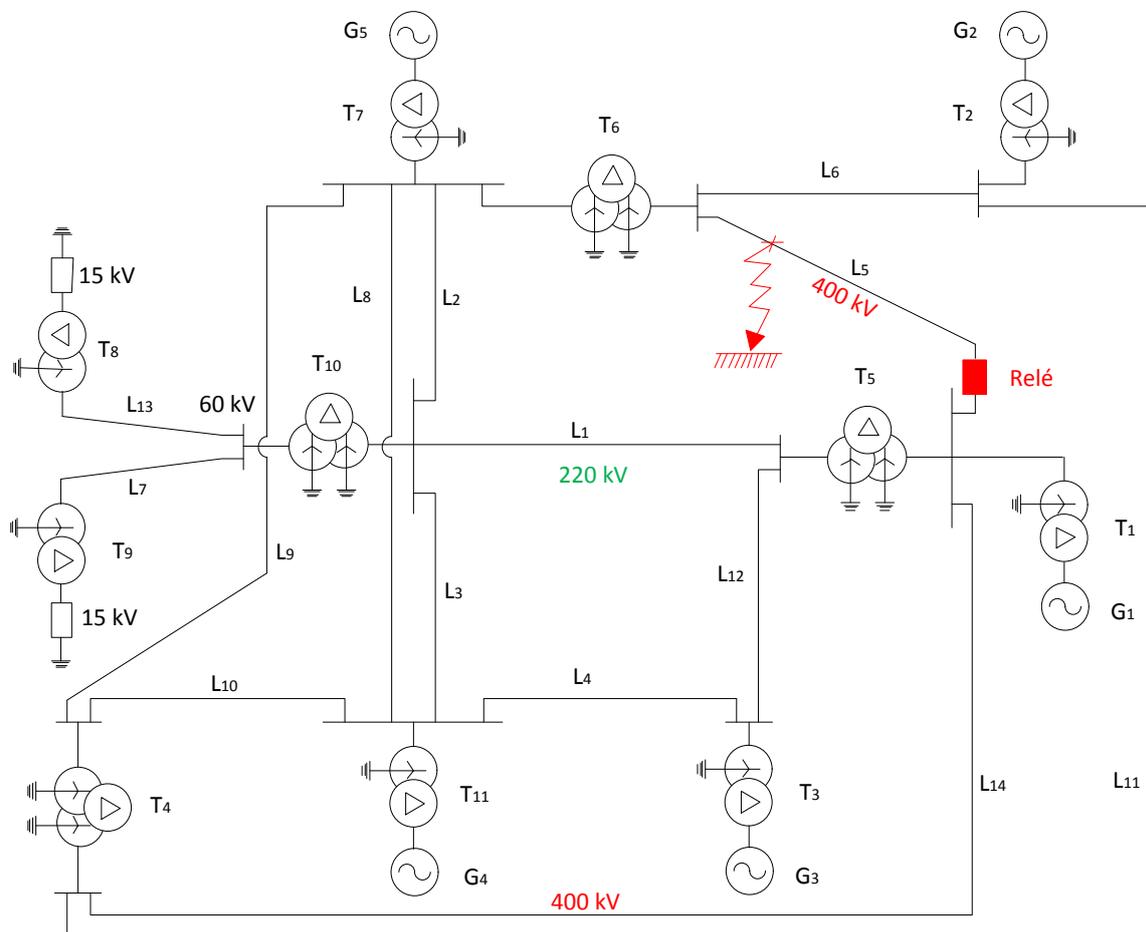


Figura 2.5 - Esquema da rede simulada

Em relação à modelação do equipamento, foram utilizadas ferramentas como o EMTP para simular as linhas de transmissão em redes malhadas. Estas simulações, realizadas nos trabalhos de J. L. P. Sá [11], tiveram a especial atenção em modelar a forte dependência da resistência dos enrolamentos dos transformadores e geradores em relação à frequência e assim obtidas constantes de amortecimento e oscilações dos transitórios mais realistas.

Por outro lado, em relação à estrutura das redes de transmissão de muito alta tensão, é sabido que o sistema tem de ser bem representado, pelo menos na primeira camada de barramentos vizinhos da localização do relé. Os comprimentos das linhas e valores nominais de potência dos transformadores e geradores foram baseados em intervalos de valores típicos de redes de 400 kV (o valor de tensão mais importante na Europa).

Linha	Comprimento [km]				
L1	100	125			
L2	100				
L3	140				
L4	125				
L5	50	100	150	200	250
L6	150				
L7	50				
L8	75				
L9	75				
L10	80				
L11	300				
L12	85	115			
L13	60				
L14	90	130	170	210	

Tabela 2.1 - Tabela de combinações de comprimentos das Linhas [km]

Elemento	Potência Nominal [MVA]	Ucc
G1	1000	
G2	1000	
G3	650	
G4	650	
G5	650	
T1	1000	12%
T2	1000	12%
T3	650	12%
T11	650	12%
T7	650	12%

Tabela 2.2 - Tabela de parâmetros dos componentes da Rede

Estes aspectos e a sua importância relativa foram referidos na referência [11], de onde a estrutura básica da Figura 5 foi retirada para estudar nas simulações no EMTP. Os parâmetros dos equipamentos e das 80 configurações para esta topologia estão disponíveis nas Tabelas 1 e 2.

As 80 configurações correspondem a 16 combinações de comprimentos de linhas com 5 posições diferentes do defeito na linha 5. Foram utilizados como valores de base $S_b = 500 \text{ MVA}$ e $V_b = 400 \text{ kV}$ [11].

Para evitar oscilações abruptas, perdas numéricas com o EMTP e para se atingirem resultados precisos do efeito da variação do comprimento das linhas, foi utilizado um tempo de integração de $20 \mu\text{s}$ durante 20 ms depois do acontecimento do defeito, que foi feito ocorrer em $t = 1 \text{ ms}$ [11].

2.2.2 Transdutores

Os transdutores (transformadores de corrente e de tensão, ou TT e TI) constituem outro grande componente de uma proteção. Eles são necessários porque as grandes magnitudes das correntes e

tensões têm de ser reduzidas para valores mais aceitáveis (e por sua vez seguros para os humanos) para dispositivos como relés.

Os efeitos dos TT's e TI's nos transitórios do sistema de energia não foram considerados na simulação porque as suas bandas de frequência de trabalho são planas no intervalo de frequências de interesse para a modelação de curto-circuitos.

2.2.3 Disjuntor

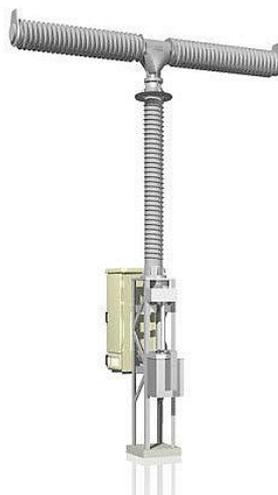


Figura 2.6 - Disjuntor de alta tensão da ABB, max. 550 kV, max. 63 kA.

O disjuntor é o dispositivo que isola a linha em defeito, interrompendo a corrente no momento ou perto do momento em que esta passa por zero. Um disjuntor moderno de Extra Alta Voltagem consegue interromper correntes de mais de 100 kA em sistemas de 400 kV. E pode fazê-lo na primeira passagem da corrente por zero depois do início do defeito, apesar de normalmente só atuar na segunda ou terceira passagem por zero.

O disjuntor é operado energizando as suas bobines corte, algo normalmente feito através de relés electromagnéticos de PCB no relé de proteção com tempos de atuação na ordem de 1 ms.

2.2.4 Linha

Na simulação efectuada, foram utilizados 5 pontos de defeito e 5 comprimentos de linha.

O comprimento de uma linha é muito importante para a escolha da proteção a aplicar. As linhas de transporte podem ser classificadas como curtas, médias e longas.

Para se classificar as linhas usa-se o quociente SIR, que quantifica a relação entre a impedância da fonte e da linha:

$$SIR = \frac{|Z_s|}{|Z_L|} \quad (2.16)$$

A impedância da fonte corresponde à impedância da rede a montante como se mostra na Figura 2.7.

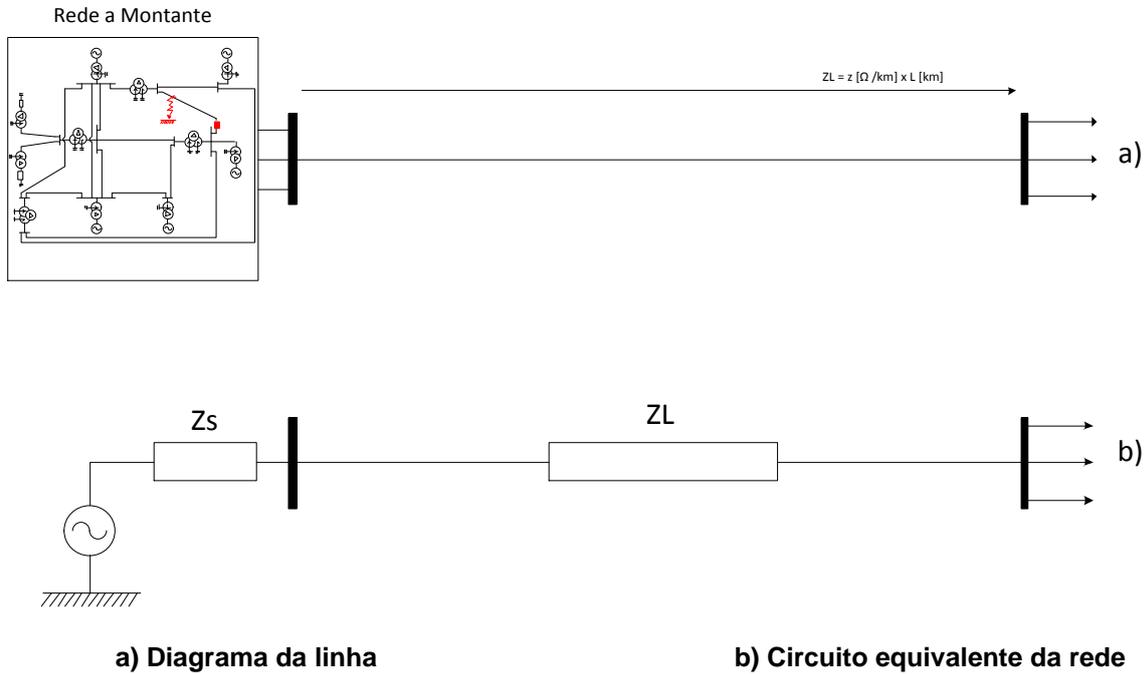


Figura 2.7 - Esquemas equivalentes da linha

Linhas curtas são assim designadas porque têm um SIR elevado. Quocientes de aproximadamente 4 ou maiores normalmente definem uma linha curta. Linhas Médias são aquelas com quocientes de cerca de 0,5. Linhas longas têm os SIR mais baixos, correspondendo a quocientes de 0,5 ou menos.

Para efeitos desta tese, onde foram utilizados como valores de base de $S_b = 500 \text{ MVA}$, e $V_b = 400 \text{ kV}$, e considerando que uma linha de 400 kV tem uma reatância de $0,425 \text{ } \Omega/\text{km}$ chega-se a um valor de reatância de $0,00133 \text{ pu/km}$. Se a impedância da fonte a montante for $0,05 \text{ pu}$ (correspondendo a uma potência de curto circuito de $5\,000 \text{ MVA}$), pode-se aplicar a seguinte classificação:

- Linhas Curtas, com comprimentos menores que 20 km, de que resulta um $SIR > 4$,
- Linhas Longas, com comprimentos maiores que 150 km, de que resulta um $SIR < 0,5$.

Então, de modo a abrangerem-se todos os casos realistas, foram simulados comprimentos de linhas entre 50 km e 250 km que é o intervalo típico de valores em redes de 400 kV.

Para efeitos de estudo da exigência, precisão e necessidade de amostras requeridas por um relé de distância, o SIR também é um valor muito importante, uma vez que se sabe empiricamente que, quanto maior é o SIR, mais tempo de amostragem é preciso para calcular a impedância.

2.2.5 Pré-Filtros

Tal como foi realizado na análise de J. L. P. Sá [21], nesta análise também foram usadas as práticas usuais na aplicação da Transformada de Fourier na análise de performance, foram consistentemente utilizados filtros passa-baixo de 400 Hz.

Ao contrário dos estimadores de fasores baseados no paradigma do domínio da frequência, as propostas tradicionais do Filtro de Kalman para os relés digitais não assumem qualquer tipo de filtragem [24]. A justificação disto pode ser que o “anti-aliasing” é um fenómeno do domínio da frequência que normalmente não se enquadra no domínio do tempo da teoria da filtragem. Estes aspetos foram clarificados em pormenor na ref. [5], onde a filtragem no domínio do tempo foi justificada com a necessidade de reduzir a amplitude da variância do ruído. Por outro lado, como também foi introduzido na ref. [5], a banda de frequências do filtro de Kalman pode ser mais pequena que a frequência de Nyquist, isto porque, por um lado o objectivo é apenas estimar o fasor e em contraste com as típicas aplicações de telecomunicações de processamento de sinal onde todo um intervalo de frequência deve ser reproduzido, e por outro lado os modelos de estado facilmente podem lidar com a resposta transitória dos Pré-filtros [21].

Foram tomadas duas hipóteses de pré-filtragem para os algoritmos baseados no Filtro de Kalman: o algoritmo clássico não assume qualquer filtragem mas tem um período de amostragem menor (0.02 ms) para contrariar o efeito das variâncias com mais ruído. A outra hipótese assumiu um simples filtro duplo RC, mas com uma frequência de amostragem igual à dos algoritmos DFT, tendo em conta nas equações do modelo as respostas transitórias do pré-filtro [21].

2.2.6 Cálculo dos Fasores

De modo a se poder calcular a impedância, as proteções de distância precisam de estimar um fasor para cada uma das fases das correntes e das tensões, a partir das amostras obtidas dos conversores ADC, perfazendo no final 6 estimadores a trabalhar em paralelo.

Para este estudo foram considerados dois grupos de estimadores: os estimadores lineares e os algoritmos baseados no Filtro de Kalman.

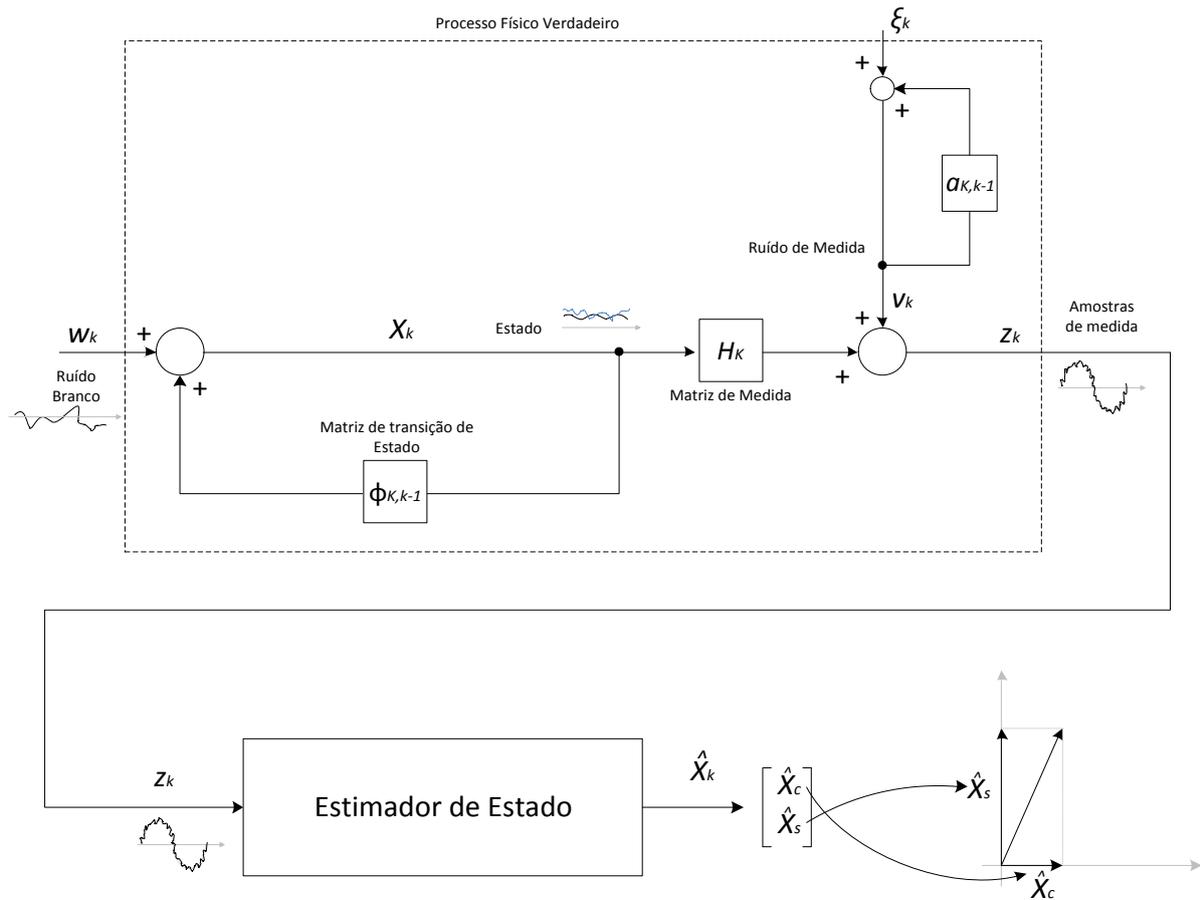


Figura 2.8 - Esquema de um estimador de estado geral

2.2.6.1 Filtros Lineares Sub-ótimos

Usando a demonstração da referência [14], pode-se generalizar a Equação [2.17] para incluir um número de sinais conhecidos, contendo as componentes da frequência fundamental, pode-se propor um problema geral para estimar os quocientes das componentes dos vários sinais do sinal amostrado.

$$z(t) = X_c \cos(\omega_0 t) + X_s \sin(\omega_0 t) + \varepsilon(t) \tag{2.17}$$

As soluções correspondem aos algoritmos já existentes nos relés atuais. O sinal amostrado é escrito como

$$z(t) = \sum_{n=1}^N X_n \cdot a_n(t) + \varepsilon(t)$$

ou

$$\tag{2.18}$$

$$z_k = \sum_{n=1}^N X_n \cdot s_n(k \Delta t) + \varepsilon(t)$$

onde os sinais $s(t)$ são assumidamente conhecidos, mas os coeficientes X_n são desconhecidos. A

escolha óbvia então para os sinais a incluir é

$$\left. \begin{aligned} s_1(t) &= \cos(\omega_0 t) \\ s_2(t) &= \sin(\omega_0 t) \\ s_3(t) &= \cos(2\omega_0 t) \\ s_4(t) &= \sin(2\omega_0 t) \\ &\dots \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{a primeira harmónica} \\ \text{a segunda harmónica} \\ \text{as restantes harmónicas} \end{array} \quad (2.19)$$

e $s_N = e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$ a componente contínua exponencialmente amortecida.

O problema é, então, estimar os quocientes X_n das amostras z_k . A estimação linear é apropriada se se escrever

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(\Delta t) & s_2(\Delta t) & \dots & s_N(\Delta t) \\ s_1(2\Delta t) & s_2(2\Delta t) & \dots & s_N(2\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_1(k\Delta t) & s_2(k\Delta t) & \dots & s_N(k\Delta t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

ou

$$z = S X + \varepsilon \quad (2.20)$$

onde a equação [2.20] representa uma equação linear com k equações e N incógnitas. É óbvio que $k \geq N$ é requerido para a estimação dos N parâmetros. Se for assumido que o vetor ε tem valor médio igual a zero, i.e. $E[\varepsilon] = 0$ e uma matriz de covariância

$$E[\varepsilon \varepsilon^T] = W \quad (2.21)$$

então a equação linear (do tipo $Ax + e = b$) tem uma solução de X que minimiza $e \cdot e^T$, do tipo

$$\hat{X} = (S^T \cdot W^{-1} \cdot S)^{-1} \cdot S^T \cdot W^{-1} \cdot z \quad (2.22)$$

Neste caso a estimativa dada pela equação [2.22] não é enviesada, i.e.

$$E[\hat{X}] = E[X] \quad (2.23)$$

e uma covariância

$$E[(\hat{X} - X)(\hat{X} - X)^T] = (S^T W^{-1} S)^{-1} \quad (2.24)$$

O desenvolvimento acima descrito é a teoria da estimação linear ótima [14].

Na prática os únicos quocientes necessários são os da componente da frequência fundamental [14]. Para isto é criada uma versão sub-ótima da estimação linear, a matriz W é considerada uma matriz múltipla de uma matriz unitária e a componente DC é removida com um filtro passa-baixo, ficando apenas a expressão

$$\hat{X} = (S^T \cdot S)^{-1} \cdot S^T \cdot z \quad (2.25)$$

incluindo apenas as componentes da frequência fundamental, ou seja utilizando a matriz de medida para compor os sinais $\{s_n(t)\}$, (como foi explicado no modelo assumido) a equação [2.24] torna-se

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{X}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m \cos^2(k \theta) & \sum_{k=1}^m \cos(k \theta) \sin(k \theta) \\ \sum_{k=1}^m \cos(k \theta) \sin(k \theta) & \sum_{k=1}^m \sin^2(k \theta) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m z_k \cos(k \theta) \\ \sum_{k=1}^m z_k \sin(k \theta) \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{X}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m \cos^2(k \theta) & \sum_{k=1}^m \cos(k \theta) \cos(k \theta) \\ \sum_{k=1}^m \cos(k \theta) \cos(k \theta) & \sum_{k=1}^m \sin^2(k \theta) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

ou de uma forma geral

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{X}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & A & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$$

A estimação linear pode ser definida para qualquer número de amostras, mas os exemplos clássicos são a DFT com janelas de meio, ou ciclo completo, e os algoritmos de mínimos quadrados.

- A DFT de ciclo completo, clássica, corresponde a $\theta = \frac{2\pi}{m}$, com m par de amostras por ciclo, resulta na seguinte expressão muito simples.

$$\begin{aligned} \hat{X}_c &= \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m z_k \cos(k \theta) \\ \hat{X}_s &= \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m z_k \sin(k \theta) \end{aligned} \quad (2.27)$$

- A DFT de meio ciclo corresponde a $\theta = \frac{2\pi}{m}$, com m par de amostras por meio ciclo, resulta na seguinte expressão muito simples.

$$\begin{aligned}\hat{X}_c &= \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m z_k \cos(k\theta) \\ \hat{X}_s &= \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m z_k \sin(k\theta)\end{aligned}\quad (2.28)$$

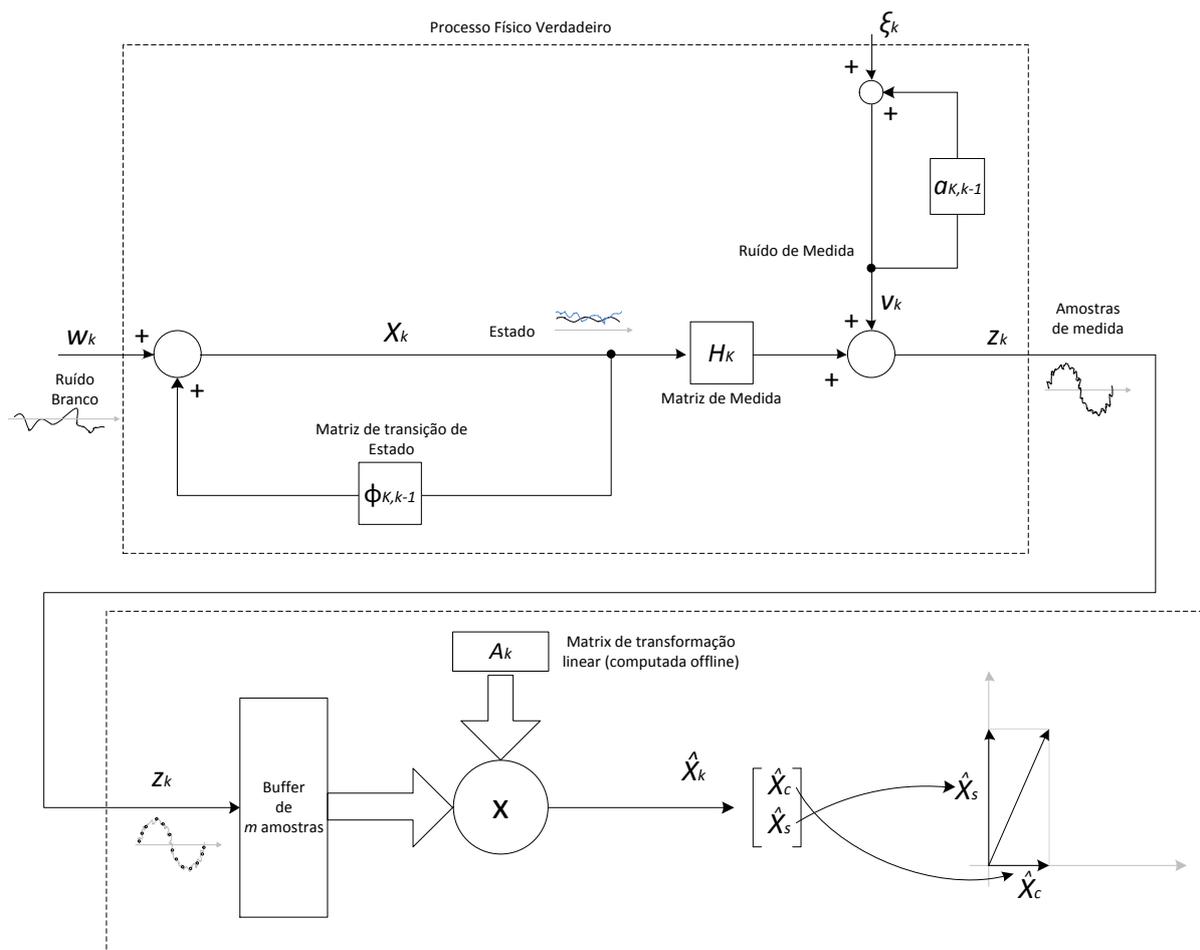


Figura 2.9 - Estimador linear

Algoritmos com janelas de amostragem definitivas não têm informação “a priori” e são apenas baseados num limitado número de observações (normalmente de janelas em deslocamento).

Devido à sua memória limitada, os filtros lineares usam menos informação que os filtros de Kalman, algo que pode ser vantajoso do ponto de vista de insensibilidade a sinais erráticos e de má modelação de sinal. Para avaliar esta sensibilidade e outras consequências sobre a performance de tão pouca informação, quando se compara com os filtros de Kalman, o formalismo envolvido na referência [18] é a seguir introduzido.

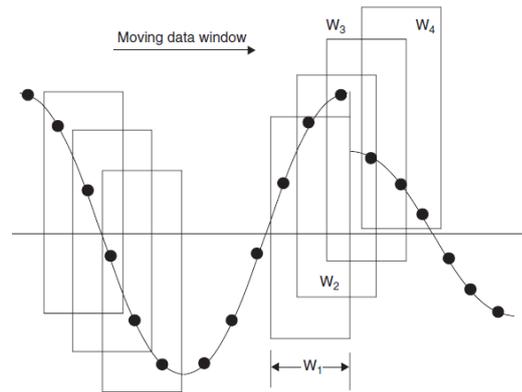


Figura 2.10 - Janelas de amostragem definidas em movimento no tempo

Usando a generalização da referência [20], o vetor de estado X_k de n variáveis para estimar como descrito em cima e um número $m \geq n$ de amostras z_k definida pela equação do modelo (Equação [2.1]), que são combinadas pela transformação linear A ($n \times m$), designada para atingir uma estimativa óptima para o modelo assumido na (Equação [2.7])

$$\hat{X}_{k-m} = A_k Z_k$$

com

(2.29)

$$\text{com } Z_k = [z_{k-m+1} \quad z_{k-m+2} \quad \dots \quad z_k]^T \quad k \geq m$$

onde \hat{X} é a estimativa de estado, \hat{X}_{k-m} é a estimativa de estado na altura k , utilizando as últimas m amostras recolhidas. Este formalismo/apresentação são importantes, uma vez que vão ser utilizados na noção de janela crescente, apresentado na referência [18].

2.2.6.2 Filtros de Kalman Sub-ótimos

O filtro de Kalman fornece uma solução para o problema de estimação no contexto da evolução dos parâmetros a serem estimados de acordo com o modelo de estado verdadeiro [14, 27]. É um algoritmo extensivamente utilizado em problemas de estimação em sistemas dinâmicos. O seu uso em proteções é motivado pela sua capacidade de lidar com sinais transitórios. Relembrando as equações do modelo de estado verdadeiro [14]

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + w_k \quad (2.30)$$

e

$$z_k = H_k X_k + v_k \quad (2.31)$$

Onde a equação [2.30] representa a evolução dos parâmetros no tempo e a equação [2.31] representa as medidas. No modelo assumido pelo filtro de Kalman não é considerada a existência de

correlação entre estados e entre amostras. Mas é assumida a existência de ruído com média zero, pelo que se define [14]

$$E\{w_k w_j^T\} = \begin{cases} Q_k, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.32)$$

$$E\{v_k v_j^T\} = \begin{cases} R_k, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.33)$$

As matrizes Q_k e R_k são as matrizes de covariância dos processos aleatórios e podem variar à medida que k muda.

As matrizes de transição de estado e de medida para as correntes e tensões são as que foram consideradas para os modelos assumidos, já referidas nas equações [2.7] a [2.15].

A particularidade dos filtros de Kalman está no facto de assumirem (antes de as medidas serem feitas) uma descrição estatística do estado X_k , e recursivamente (à medida que as amostras vão aparecendo) atualizam a estimativa do estado. O pressuposto inicial sobre o estado é que um vector aleatório independente dos processos w_k e v_k e com valor médio e matriz de covariância (P_0) conhecidos. Este cálculo recursivo envolve o cálculo de uma matriz de ganho K_k . A estimativa de estado é dada por [14]

$$\hat{X}_{k+1} = \Phi_k \cdot X_k + K_{k+1} \cdot [z_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Phi_k \cdot \hat{X}_k] \quad (2.34)$$

O primeiro termo na equação [2.34] é uma atualização do estado anterior pela matriz de transição de estado enquanto o segundo é a matriz de ganho multiplicada pelo residual de observação. O termo em parêntesis na equação [2.34] é a diferença entre a amostra atual, z_k , e o valor previsto de amostra, i.e. o residual na previsão da amostra. Isto é, $\Phi_k \cdot X_k = \hat{X}_k$ é a previsão de estado e $H_{k+1} \cdot \Phi_k \cdot \hat{X}_k = \hat{z}_{k+1}$ é a amostra prevista. O cálculo do ganho K_k envolve o cálculo prévio de duas matrizes de covariância. A primeira é a matriz de “previsão de um passo”, representada por $P(k+1|k)$, e a segunda é a covariância do erro na estimativa na altura k , $P(k|k)$.

O primeiro passo é a calcular a matriz de previsão de um passo

$$1^\circ \quad P(k+1|k) = \Phi_k P(k|k) \Phi_k^T + Q_k \quad (2.35)$$

O ganho calcula-se de acordo com a seguinte expressão,

$$2^\circ \quad K_{k+1} = P(k+1|k) \cdot H_{k+1}^T \cdot [H_{k+1} \cdot P(k+1|k) \cdot H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (2.36)$$

Agora já se pode fazer a estimativa do estado,

$$3^\circ \quad \hat{X}_{k+1} = \Phi_k \cdot X_k + K_{k+1} \cdot [z_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Phi_k \cdot \hat{X}_k] \quad (2.37)$$

E, por último, o cálculo da matriz de covariância do erro na estimativa

$$4^{\circ} \quad P(k+1|k+1) = [I - K_{k+1}H_{k+1}] \cdot P(k+1|k) \quad (2.38)$$

depois, a sequência repete-se iterativamente.

A matriz que tem de ser invertida na equação [2.37] é da dimensão do comprimento das amostras que é tipicamente inferior à dimensão n do vector de estado. Nas aplicações de proteções, as amostras têm dimensão 1, algo muito oportuno.

A informação conhecida “a priori” fornecida aos filtros de Kalman, é introduzida nas matrizes Q_k e R_k . Como foi referido no capítulo sobre os modelos assumidos, é assumido que o estado das tensões é estacionário,

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} \quad (2.39)$$

logo a matriz Q_k vai ser nula, e o estado previsto vai sempre acabar por ser igual ao anterior,

$$Q_k = 0 \quad (2.40)$$

no processo de amostragem é normal incluir informação sobre os transitórios a que a que amostras estão sujeitas. Uma prática comum [3] é incluir uma exponencial decrescente, com constantes de tempo relacionadas com a linha que o relé de distância está a proteger

$$R_k = K_v \cdot e\left(-\frac{k \Delta t}{T_1}\right),$$

$$T_1 = \frac{1}{2} * \frac{x_{linha} [\Omega/km] * l [km]}{r_{linha} [\Omega/km] * l + r_{def}}, \quad (2.41)$$

sendo K_v o desvio médio quadrático da tensão

e para a corrente é usada uma expressão semelhante,

$$R_k = K_i \cdot e\left(-\frac{k \Delta t}{T_1}\right),$$

$$T_1 = \frac{1}{2} * \frac{x_{linha} [\Omega/km] * l [km]}{r_{linha} [\Omega/km] * l + r_{def}}, \quad (2.42)$$

sendo K_v o desvio médio quadrático da corrente

Agora que se conhecem todos os parâmetros e procedimentos da estimação de estado pelo filtro de Kalman, tem de se aplicar o algoritmo aos transitórios resultantes de um defeito. É de pensar que o algoritmo é um pouco exigente computacionalmente, no entanto, note-se que a matriz de ganho K_k e a matriz H_k são independentes das amostras por isso, podem ser calculadas offline e usadas quando necessário.

Deste modo a estimação em tempo real pode-se efetuar como mostra a Figura 2.11. Como se pode observar, em funcionamento normal a subtração das amostras pela previsão das amostras anula-se. Só quando surge um transitório é que essa diferença não é nula, e o ganho bem dimensionado, começa a atualizar o estado com essa diferença.

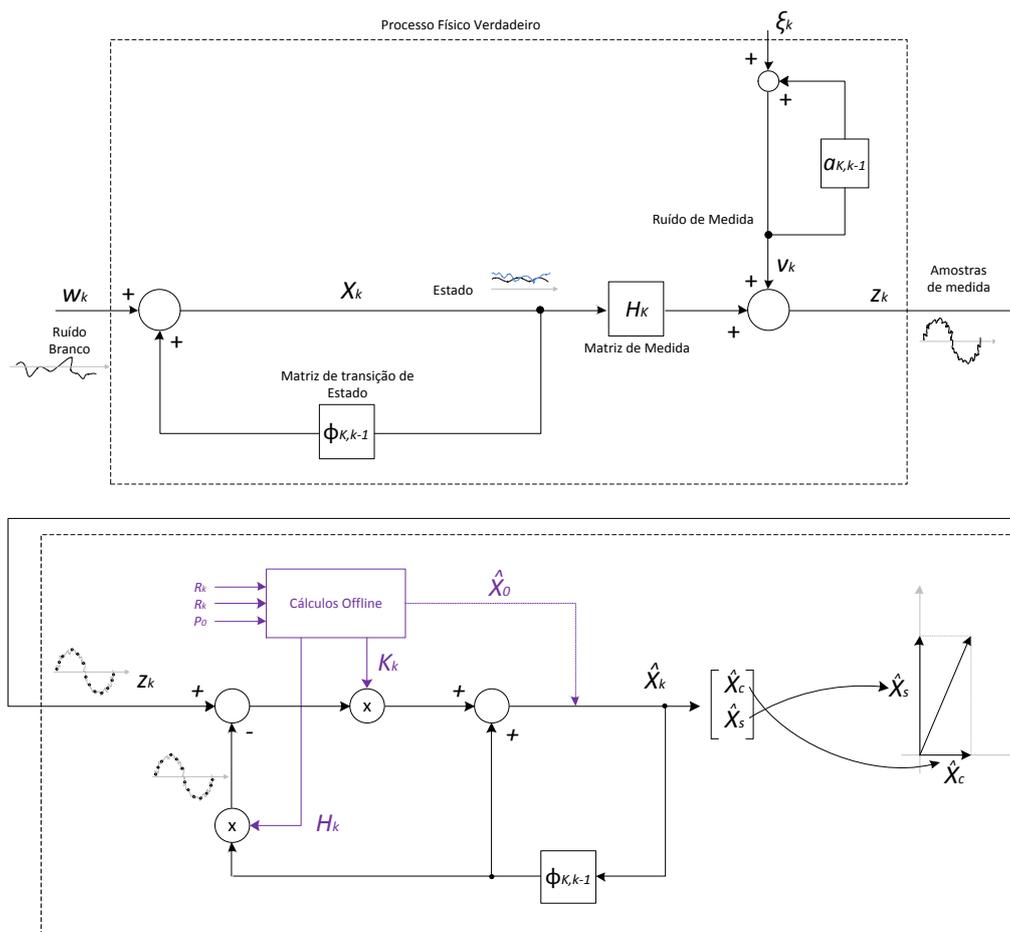


Figura 2.11 - Estimador do Filtro de Kalman

2.2.7 Algoritmos de Cálculo da Impedância

O princípio de funcionamento de uma proteção de distância é a medição do quociente entre a tensão e a corrente “vistas” pelo relé no ponto da sua instalação, considerando também o ângulo de fase entre essas duas grandezas.

Para um defeito franco, ou seja, um defeito cuja resistência é nula, situado no ponto F de uma linha monofásica (ver Figura 2.12), a tensão V_r “vista” pelo relé de distância no ponto da sua instalação, será a queda de tensão ao longo da linha até F (impedância Z_{def}), provocada pela corrente de curto circuito I_{cc} que a atravessa. Decorre portanto, daí, que o valor da medida feita pelo relé de distância para esse defeito em F será:

$$\frac{U_{cc}}{I_{cc}} = Z_F = k \cdot Z_L \quad (2.43)$$

Porque as linhas das redes de transporte não são monofásicas e os defeitos nem sempre são à terra, é preciso explorar algoritmos que lidem com sistemas trifásicos e com os vários tipos de defeito.

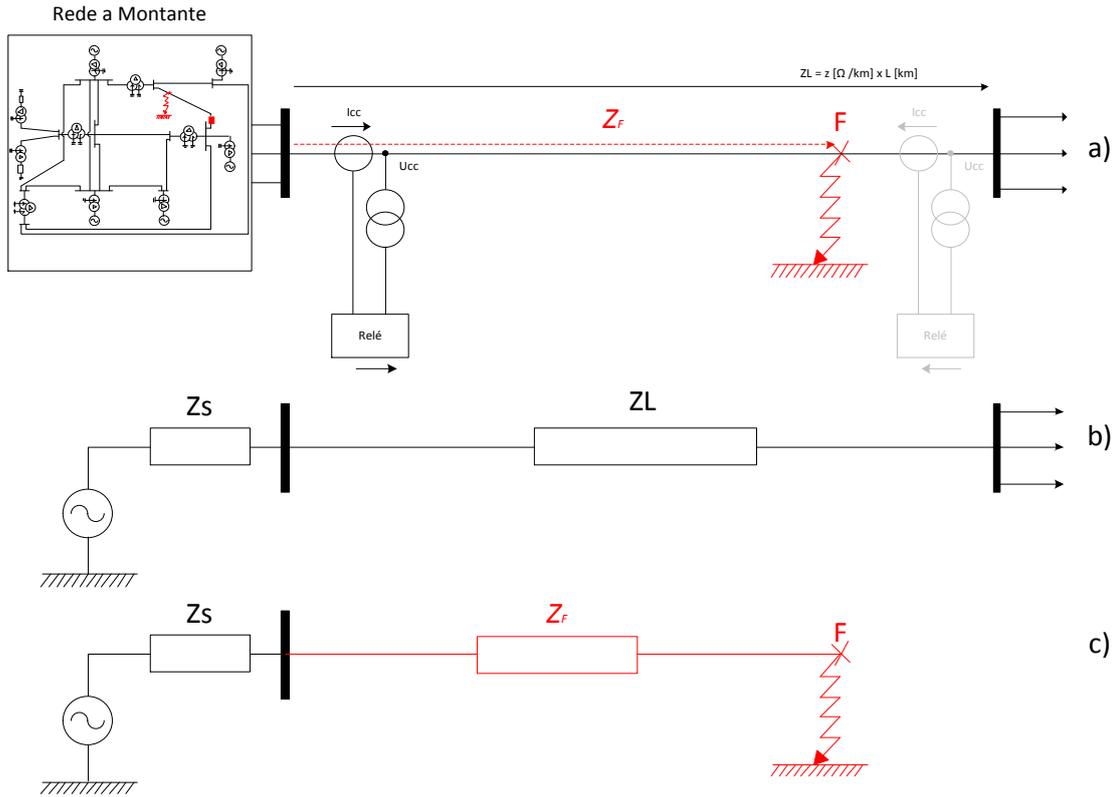


Figura 2.12 - Princípio de medida do relé de distância

2.2.7.1 Algoritmo compensado (Componentes Clássicas)

Considerando um relé de proteção como o da Figura 2.12, e que há um defeito numa fracção k da linha entre duas fases x e y tal que $x \neq y$; e $x, y = a, b, c$, então pode-se mostrar que [25]

$$\frac{E_x - E_y}{I_x - I_y} = Z_F = k \cdot Z_L \tag{2.44}$$

Sendo E a tensão simples da fase, resulta assim nas seguintes combinações a serem calculadas em paralelo

$$\frac{E_a - E_b}{I_a - I_b} = Z_{F_{ab}}, \frac{E_b - E_c}{I_b - I_c} = Z_{F_{bc}}, \frac{E_c - E_a}{I_c - I_a} = Z_{F_{ca}} \tag{2.45}$$

E, no caso de um defeito Fase-Terra, na fase x pode-se mostrar similarmente que [25]

$$\frac{E_x}{I_x + k_0 \cdot I_N} = Z_F = k \cdot Z_L \tag{2.46}$$

sendo também efectuadas todas as combinações em simultâneo

$$\frac{E_a}{I_a + k_0 \cdot I_N} = Z_{F_{aN}}, \frac{E_b}{I_b + k_0 \cdot I_N} = Z_{F_{bN}}, \frac{E_c}{I_c + k_0 \cdot I_N} = Z_{F_{cN}}, \tag{2.47}$$

Nestas expressões, k_0 é o fator de terra que será explicado a seguir.

Quando ocorre um defeito com a terra, entra nos cálculos a impedância de retorno pela terra. A

impedância Z_0 tem, portanto, influência na medida efetuada pelo relé de distância e deve ser, por isso, conhecida para uma medida correta da impedância do defeito. No cálculo da impedância, esta influência é representada pelo coeficiente k_0 (coeficiente de terra), cuja expressão matemática é deduzida a seguir [25].

Da teoria de curto-circuitos [28] sabe-se, que o curto-circuito equivalente para o anel de curto-circuito monofásico com terra apresenta-se do seguinte modo

$$I_+ = I_- = I_0 = \frac{E_a^0}{Z_+ + Z_- + Z_0}$$

e (2.48)

$$I_a = I_+ + I_- + I_0 = 3 I_+ = 3 I_0$$

Considerando a Figura 2.13 e escrevendo a expressão que dá a tensão E_a^0 , “vista” por um relé colocado em A, em função do que sabemos da decomposição de um tal circuito nas componentes simétricas [25], tem-se

$$E_a^0 = Z_+ I_+ + Z_- I_- + Z_0 I_0$$
(2.49)

Sabe-se que $I_+ = I_- = I_0$ e como, para uma linha de alta tensão se pode escrever, sem grande margem de erro, $Z_+ = Z_-$, então, a expressão pode ser escrita da seguinte maneira

$$E_a^0 = Z_+ I_+ + Z_+ I_+ + Z_0 I_0$$
(2.50)

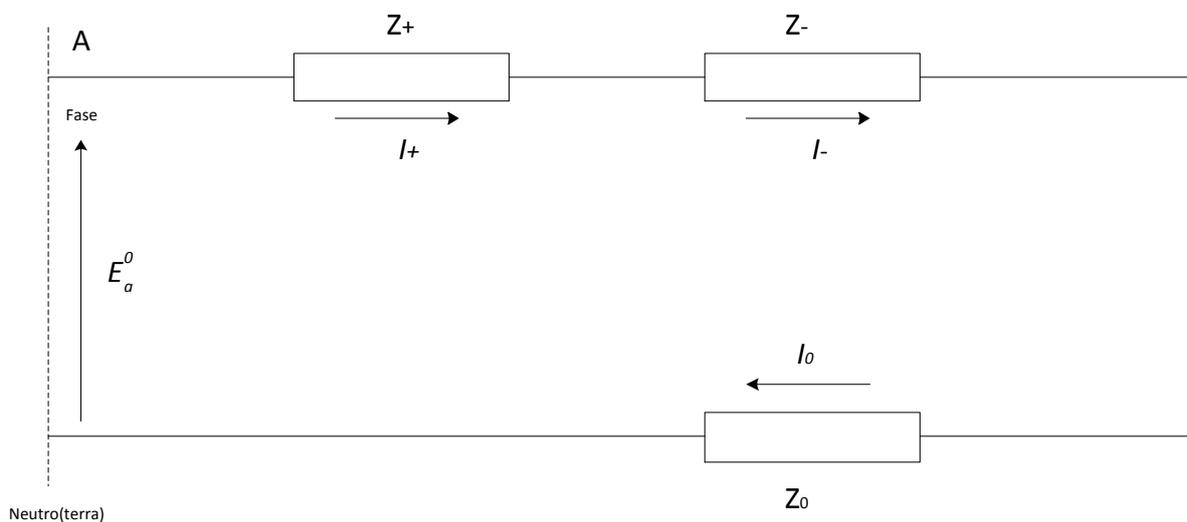


Figura 2.13 - Circuito equivalente para um defeito fase-terra

Pode-se submeter esta expressão a uma pequena manipulação matemática e escrevê-la da forma interessante que se segue

$$E_a^0 = Z_+ I_+ + Z_+ I_+ + Z_0 I_0 + Z_+ I_+ - Z_+ I_+ \quad (2.51)$$

esta expressão pode tomar a forma seguinte

$$E_a^0 = 3 Z_+ I_+ + I_+(Z_0 - Z_+) \quad (2.52)$$

Como $3 I_+ = 3 I_0 = I_a$, pode-se escrever:

$$E_a^0 = Z_+ I_a + \frac{I_a}{3} (Z_0 - Z_+) \quad (2.53)$$

$$E_a^0 = I_a Z_+ \left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{Z_0 - Z_+}{Z_+} \right) \quad (2.54)$$

$$E_a^0 = I_a Z_+ (1 + k_0), \text{ com } k_0 = \frac{Z_0 - Z_+}{3 Z_+} \quad (2.55)$$

$$E_a^0 = I_a Z_+ + I_a k_0 Z_+$$

Esta expressão revela que, se a corrente I_a encontra, na fase do circuito, uma impedância, Z_+ encontrará na terra uma impedância, $k_0 Z_+$.

O factor k_0 define a relação entre a impedância do circuito de retorno pela terra e a impedância direta do circuito a proteger (uma linha, normalmente), segundo a expressão seguinte [25]

$$k_0 = \frac{Z_E}{3 Z_+} = \frac{Z_0 - Z_+}{3 Z_+} \quad (2.56)$$

Nesta expressão, Z_0 é a impedância homopolar. O conhecimento do valor de k_0 é muito impreciso devido [25]:

1. À dificuldade de medir a impedância homopolar Z_0 que pode, ela mesmo, variar com as condições atmosféricas, sobretudo nas linhas sem condutor de terra (sem cabos de guarda);
2. Ao facto de que, mesmo conhecido o seu valor com precisão, possa não ser possível introduzi-lo como valor de regulação porque, construtivamente, o relé só permite a regulação em valores discretos ou porque o relé só permite regular a amplitude e não a fase.

Para as linhas aéreas, tal não é muito constrangedor porque k_0 é, aproximadamente, apenas real. O mesmo não se pode dizer de cabos subterrâneos.

Assim, os cálculos das equações [2.45] e [2.47] são efectuados para conjunto de fasores de tensões e correntes estimados, em tempo real, como mostra a Figura 2.14.

Conforme o módulo ou os módulos de cálculo de impedâncias detetem um defeito dentro da

zona de atuação, transmitem essa informação ao relé. Podem haver várias combinações de módulos a atuar em simultâneo, correspondendo aos vários defeitos possíveis, como mostra a Tabela 2.3.

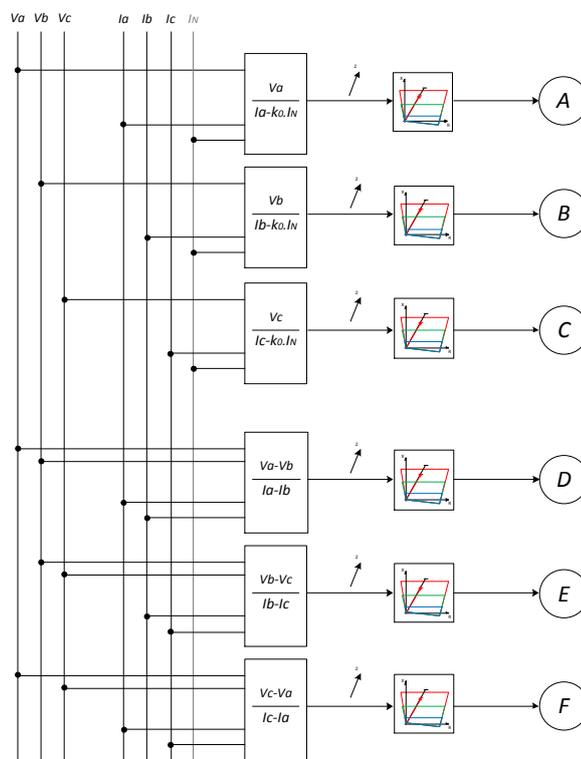


Figura 2.14 - Esquema de cálculo do algoritmo compensado

Defeito	A	B	C	D	E	F
$F_a - F_b$				X		
$F_b - F_c$					X	
$F_c - F_a$						X
$F_a - T$	X					
$F_b - T$		X				
$F_c - T$			X			
$F_a - F_b - T$	X	X		X		
$F_b - F_c - T$		X	X		X	
$F_c - F_a - T$	X		X			X
$3F$				X	X	X

Tabela 2.3 - Combinações de módulos de cálculo

2.2.7.2 Algoritmo k (Componentes Simétricas)

A utilização de estimadores de fasores permite o uso de componentes simétricas na detecção de um defeito. O algoritmo com componentes simétricas [26] foi uma tentativa de ultrapassar as

dificuldades que existiam com algoritmos que se baseavam na classificação de defeitos com base nas correntes, nas tensões e os seus desfasamentos.

Uma transformação de Fortescue (equação [7.1]), das componentes clássicas com a fase a como referência é feita do seguinte modo

$$\begin{bmatrix} G_+ \\ G_- \\ G_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

com $\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}$

As componentes resultantes são chamadas, positiva, negativa e zero, denotadas pelos subscritos +, - e 0, respectivamente. Se se considerar novamente um defeito a uma fração do comprimento da linha ao relé e se se considerarem as correntes pré-defeito I_+^0, I_-^0, I_0^0 como se mostra na Figura 2.15.

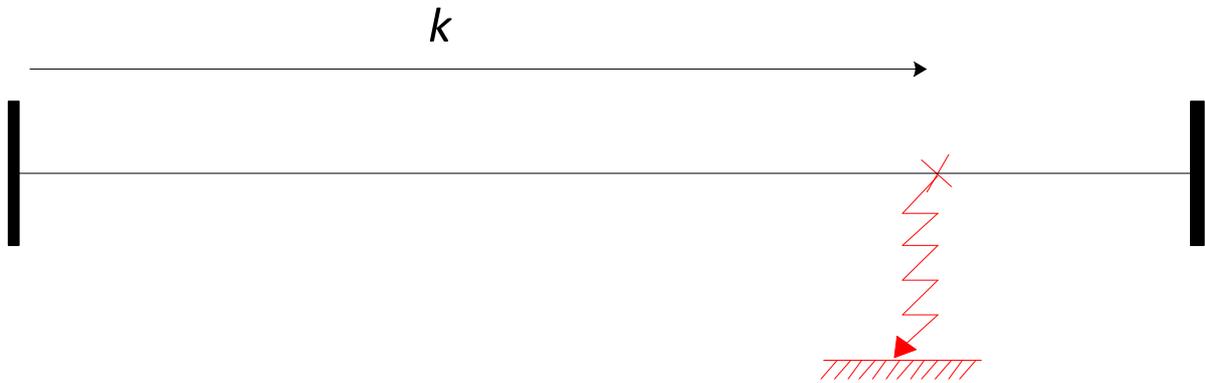


Figura 2.15 - Um defeito numa fracção k do comprimento da linha

Podem-se, então, definir as diferenças nas componentes das correntes como

$$\begin{aligned} \Delta I_0 &= I_0 - I_0^0 \\ \Delta I_+ &= I_+ - I_+^0 \\ \Delta I_- &= I_- - I_-^0 \end{aligned} \quad (2.58)$$

Sendo que de facto, apenas I_+ vai ser significativa na prática. As quedas de tensão na linha podem-se definir assim

$$\begin{aligned} \Delta E_0 &= \Delta I_0 Z_0 \\ \Delta E_+ &= \Delta I_+ Z_+ \\ \Delta E_- &= \Delta I_- Z_- \end{aligned} \quad (2.59)$$

onde Z_+ , Z_- e Z_0 são as componentes simétricas da linha completa. As relações

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{E_0}{\Delta E_0} \\ k_+ &= \frac{E_+}{\Delta E_+} \\ k_- &= \frac{E_-}{\Delta E_-} \end{aligned} \quad (2.60)$$

e

$$k_l = \frac{Z_+ I_+}{\Delta E_+}$$

desempenham um papel importante na determinação do local do defeito para todos os tipos de defeitos. Por exemplo, um defeito trifásico com resistência de defeito R_{+f} irá apenas envolver as componentes diretas da rede, como se mostra na Figura 2.16,

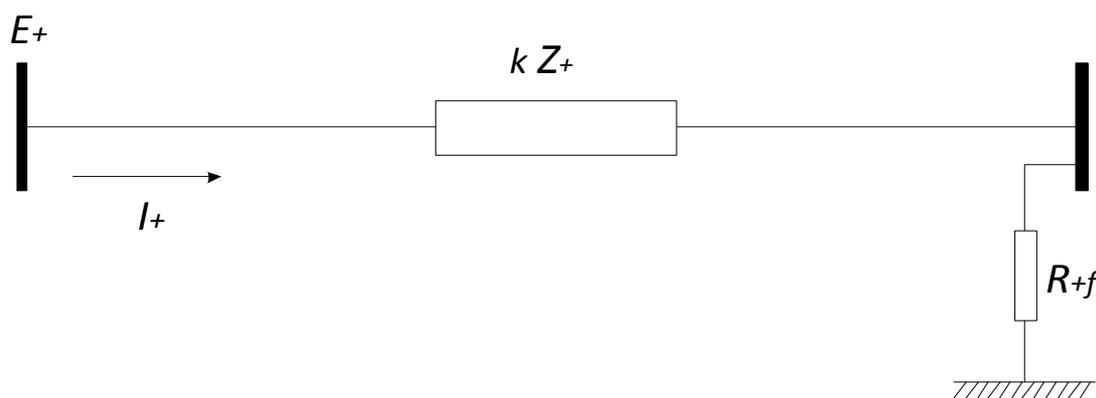


Figura 2.16 - Componentes de sequência direta da rede num defeito trifásico

A equação das tensões será,

$$0 = \Delta E_+ [k_1 - k(1 - k_1)] - R_{+f} I_{+f} \quad (2.61)$$

ou

$$k = \frac{k_1}{1 + k_1} + \varepsilon_r \quad (2.62)$$

onde

$$\varepsilon_r = \frac{-R_{+f} I_{+f}}{\Delta E_+ (1 - k_1)} \quad (2.63)$$

Assim, considerando todos os tipos de defeito possíveis pode-se obter uma expressão de defeito geral para a fração k da forma,

$$k = \frac{k_+ + k_- k'_2 + k_0 k'_0}{1 + k'_0 + k'_2 + k_+} \quad (2.64)$$

onde k'_0 e k'_2 , diferenciam o tipo de defeito no fluxograma. Os seus valores são dados por,

$$k'_0 = \left| \frac{\Delta E_0}{\Delta E_+} \right| \quad (2.65)$$

e

$$k'_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } |\Delta E_-| \cong |\Delta E_+| \\ 0 & \text{c. c.} \end{cases} \quad (2.66)$$

Na Figura 2.17 mostra-se um fluxograma para o cálculo de k . Este algoritmo apresenta a grande vantagem de não ser necessário determinar o tipo de defeito antes de se fazerem cálculos

significativos. Na altura em que o algoritmo foi criado, a carga computacional era um factor importante, quer em termos de tempo, quer em termos de dissipação de calor.

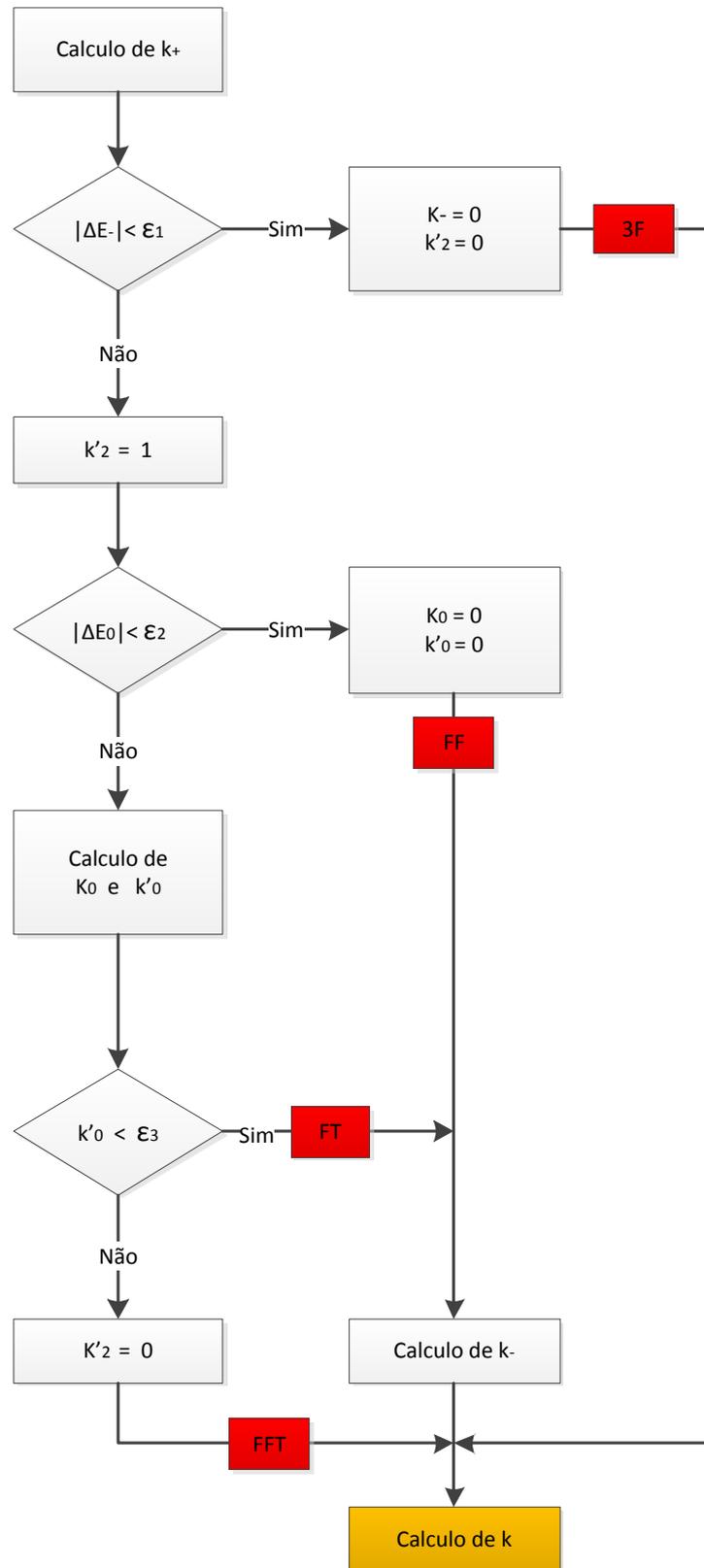


Figura 2.17 - Fluxograma do algoritmo k

2.2.8 Princípio de escalonamento no tempo

A proteção de distância não é, intrinsecamente, 100% seletiva; com efeito, esta reage a defeitos que se encontram não somente no troço que protege como também aos defeitos que afectam os troços a jusante [25]. O ideal seria que a proteção de distância de um troço o protegesse, com toda a seletividade, e na totalidade, com um tempo único bem definido (tempo de base) e, ao mesmo tempo, assegurasse o socorro para os defeitos nas linhas adjacentes. Infelizmente, tal não é possível de respeitar, nomeadamente porque há erros inevitáveis devidos a vários factores, que são indicados a seguir:

1. As imprecisões no sistema de proteção (nos transformadores de medida, no próprio relé de proteção);
2. A imprecisão no conhecimento da impedância da linha (diferença das impedâncias quilométricas das três fases cujos condutores não são regularmente transpostos);
3. A influência das variações da impedância homopolar segundo a estação do ano;
4. A influência da mutual homopolar segundo a configuração das linhas paralelas;
5. O impacto do valor da relação Z_{S_A}/Z_{S_B} das impedâncias das fontes Z_S em cada extremidade;
6. A influência da relação entre a impedância da fonte numa extremidade e da impedância da linha Z_S/Z_L (SIR);
7. O impacto da carga preexistente, que provoca o afastamento (*underreach*) ou aproximação (*overreach*) de um defeito consoante que a carga entra ou sai da linha;
8. O facto de que a impedância da linha é, frequentemente, obtida pelo cálculo em vez de ser obtida por medida.

Para se ter uma ideia da repercussão desses erros na precisão de medida da proteção, podemos notar que, por exemplo, 5% de erros na cadeia de medida traduzem-se, para uma linha de 20 km, num erro de 1 km na localização do defeito.

Como, por esse facto, não é possível regular o relé para cobrir a totalidade da linha com um só tempo de operação, decompõe-se a extensão da linha a proteger em zonas (escalões) de operação distintas e estabelece-se uma relação entre a distância do defeito e o tempo de operação (ver Figura 2.18).

É a aplicação de um muito importante princípio nos relés de distância: o princípio do escalonamento no tempo. Tal, leva à noção das zonas de proteção do relé de distância que é descrita no seguinte tópico.

2.2.8.1 Zonas de distância

Decorre da aplicação do princípio do escalonamento de tempo, a noção de zonas de distância. Estas são os alcances dos elementos de medida da proteção de distância na rede. Em geral, a proteção é regulada para funcionar [25]:

1. Em tempo de base (t_1) até 80 ...85% do comprimento da linha (zona 1);
2. Os outros 15% a 20% da linha são protegidos com uma temporização, (t_2), por uma segunda zona de medida de distância (zona 2), que cobre não somente a porção restante da linha, mas também uma percentagem da linha a jusante (± 15 a 20%);
3. Uma terceira zona (zona 3) é regulada entre 120 e 150% para constituir um último socorro para defeitos na linha seguinte a jusante.

e para certas proteções (casos especiais)

4. Uma quarta zona direcional;
5. Uma zona direcional especial para a teleproteção;
6. Uma zona suplementar não direcional, que realiza o arranque.

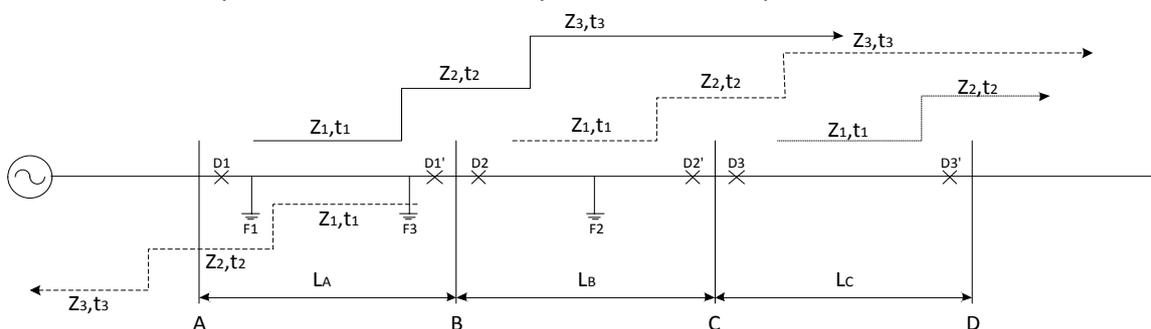


Figura 2.18 - Princípio de escalonamento de tempo do relé de distância

Em geral, a zona 1 pode ser considerada como instantânea, porque o tempo de base t_1 referido acima, não representa uma temporização introduzida voluntariamente na operação da proteção nessa zona; corresponde, unicamente ao tempo próprio de resposta ao sistema de proteção.

Note-se na Figura 2.18, que as zonas 2 e 3 (e, eventualmente, a zona 4) protegem, em socorro, e em escalonamento, contra os defeitos na linha que parte do barramento B, no caso em que, por uma razão qualquer, o defeito não seja eliminado pelo sistema de proteção em B, por falha do disjuntor ou pela falha de um outro elemento do sistema de proteção dessa extremidade.

Como se vai mostrar, as zonas dos relés de distância são apresentadas num diagrama de impedância R-X.

2.2.8.2 Diagrama de impedância no plano R-X

Este diagrama é essencial para a avaliação do comportamento da proteção de distância [25].

Antes de estabelecer o diagrama de impedâncias no plano R-X, examinemos o esquema da Figura 2.19 que apresenta as impedâncias que podem ser “vistas” pelo relé de distância aí representado.

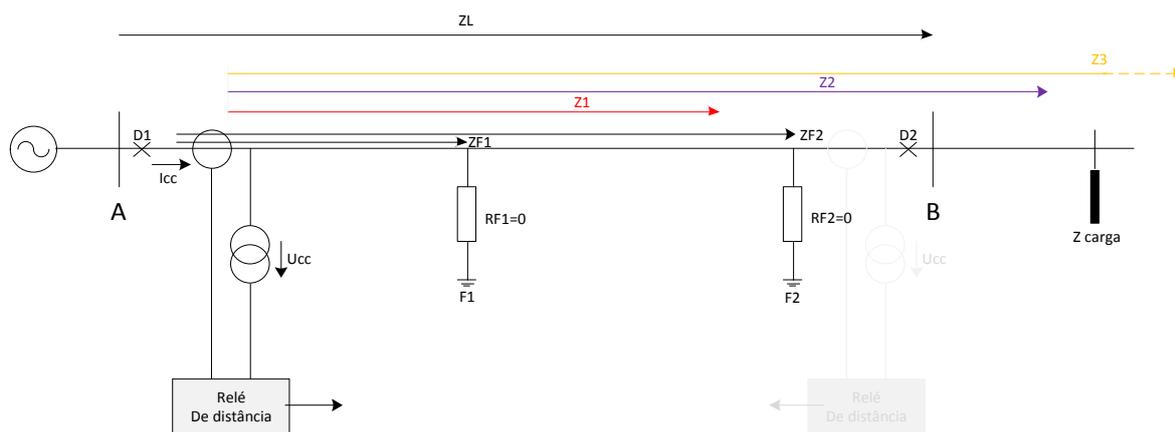


Figura 2.19 - Representação esquemática das impedâncias a considerar

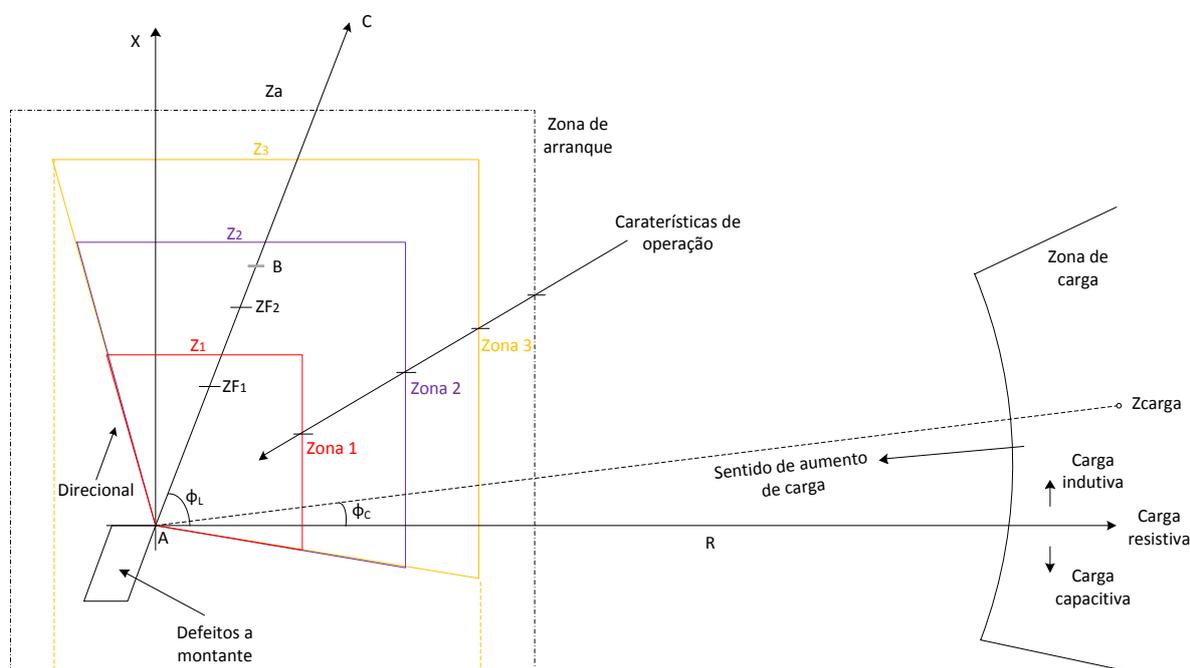


Figura 2.20 - Diagrama das impedâncias “vistas” por um relé de distância

No diagrama de impedâncias no plano R-X, são representadas as características de relé e a impedância de carga e de curto-circuito, ver Figura 2.20. A relação dessas três impedâncias é uma indicação clara da performance do relé na rede.

Durante o normal funcionamento da rede, a impedância “vista” pelo relé corresponde à impedância de carga que atravessa a linha aérea ou o cabo subterrâneo. Quer isto dizer que a proteção “vê” uma impedância cujo ponto figurativo é Z_{carga} (impedância de carga).

Fisicamente este ponto figurativo encontra-se, naturalmente, bem longe da característica de arranque do relé de distância e, por conseguinte, não há qualquer ameaça de funcionamento da proteção de distância.

A amplitude, Z_{carga} , dessa impedância é inversamente proporcional à quantidade de carga, P_{carga} , transportada pela linha e corresponde à relação:

$$Z_{carga} = \frac{U_{linha}^2}{P_{carga}} \quad (2.67)$$

Durante essa situação, o ângulo entre a corrente e a tensão corresponde ao ângulo da carga, ϕ_{carga} . Este ângulo, depende da razão entre a potência real e a potência reativa, é dado por,

$$\phi_{carga} = \tan^{-1} \left(\frac{Q}{P} \right) \quad (2.68)$$

Depois do aparecimento de um curto-circuito, a impedância medida muda bruscamente e toma um valor que é habitualmente inferior à impedância de carga. O seu valor corresponde à impedância da linha entre a localização do defeito (defeito próximo, Z_{F1} , defeito distante, Z_{F2}) (Figura 2.19).

O ângulo medido entre a corrente de curto-circuito e a tensão de curto-circuito, é o ângulo de curto-circuito da linha, ϕ_L . Os outros parâmetros são a impedância da linha Z_L (entre A e B) e as regulações das zonas da proteção.

A característica de operação da proteção de distância é definida por uma “área” no diagrama de impedância. Esta mostra o afastamento da linha de defeito, AC, da zona de carga, sendo determinado o alcance das zonas de distância.

Os defeitos considerados e representados no diagrama da Figura 2.20 são defeitos ditos francos, por serem desprovidos de resistência ($R_f = 0$); mais à frente, Figura 2.21, mostra-se a influência da resistência de defeito na impedância vista pelo relé. Observe-se a característica direcional que tem a forma de uma linha tracejada e que define duas áreas de impedância, pelas quais o relé estabelece se o curto-circuito se encontra na direção da linha ou na direção oposta. Na figura estão desenhadas as características do relé com a forma de polígonos, mas outras formas (círculos, elipses, ...) poderiam também ser utilizadas, para esse exemplo.

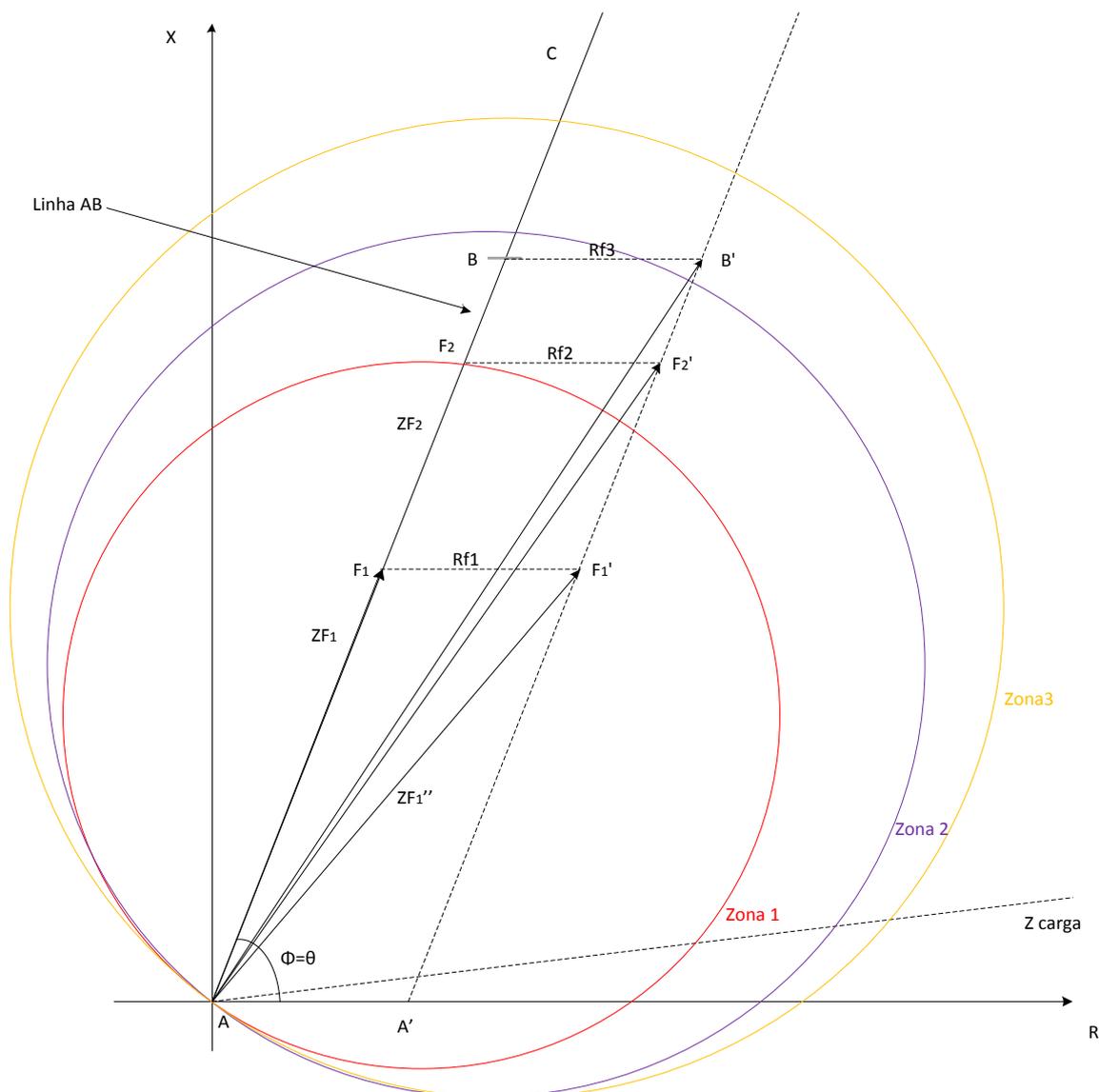


Figura 2.21 - Influência da resistência de defeito na medida do relé de distância

Note-se, a partir do esquema da Figura 2.21, os dois casos seguintes:

- Defeito franco - Em caso de defeito sem resistência (defeito franco), a proteção “vê” uma impedância cujo ponto figurativo se encontra na reta AB , representando a impedância da linha ou do cabo. No caso particular em que esse defeito se encontre precisamente na extremidade da linha, a impedância “vista” pelo relé é $Z_{AB} = Z_L$.
- Defeito com resistência - Em caso de defeito com resistência de defeito, esta vai acrescentar-se à impedância de linha e a proteção “vê”, para um defeito em B , por exemplo, uma impedância Z'_{AB} , cujo ponto figurativo se encontra na reta AB' , por exemplo; de maneira semelhante, para um defeito em $F1$ “vê” uma impedância AF' , com $F1'$ situado na recta AB' .

Como desenhado, o defeito em $F1$ é “visto” ainda na zona 1, mesmo com o acréscimo da resistência do defeito. Contudo, um defeito no fim da zona 1 em $F2$, com a mesma resistência de defeito, encontra-se na zona 2, o que – como foi dito anteriormente – pode ser aceite.

Da mesma forma, um defeito na extremidade da linha em B , com a mesma resistência de defeito, encontra-se na zona 3, o que já não é aceitável. As regulações devem ter isso em conta.

Chega-se, assim, a determinar uma zona (chamada zona de defeito) caracterizada pelo paralelogramo $AFF'A'$. A todo o defeito-compreendido entre a origem e a extremidade da linha e de resistência de defeito, compreendida entre 0 e R_f – corresponde um ponto figurativo situado no interior do paralelogramo, definindo a zona de defeito.

Observe-se ainda a seguinte particularidade, para a zona de defeito: A inclinação $A'B'$ pode ser tal que o segmento AA' seja mais pequeno que o segmento FF' , o que mostra que R_f é mais pequeno perto da fonte, se comportar um resistência de arco. Tal fica a dever-se ao facto de a corrente, que é mais importante perto da fonte, se encontrar no denominador da fórmula de C. Van Warrington, para o cálculo da resistência de defeito “vista” pelo relé de distância.

3 Propagação de Erros Transitórios

Esta tese propõe nos seus objectivos fazer a comparação entre uma análise no domínio da frequência e uma análise no domínio do tempo. Deste modo, primeiro apresenta-se o estudo feito no domínio da frequência feito em 1979 por **A. G. Phadke** [6] e em segundo lugar apresenta-se e desenvolve-se a análise no domínio do tempo proposta em 1994 por **J. L. P. Sá** [20,22].

Finalmente analisam-se e comparam-se os dois estudos, retirando conclusões das diferenças verificadas entre os resultados.

3.1 Análise da Performance dos Algoritmos no Domínio da Frequência de A.G.PhadKe [4]

Neste estudo a performance dos algoritmos de impedância é avaliada considerando, a covariância das estimativas como uma medida e a equação [2.23] (do estimador linear) para relacionar o tamanho da janela de amostragem e o erro de estimação.

Para uma matriz covariância de erro de medida que seja múltipla de uma matriz unitária, $w = \sigma_\varepsilon^2 I$, a matriz de covariância de erro do estimador é

$$= \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} E[(\hat{X} - X)(\hat{X} - X)^T] & \\ \sum_{k=1}^m \cos^2(k\theta) & \sum_{k=1}^m \cos(k\theta) \sin(k\theta) \\ \sum_{k=1}^m \cos(k\theta) \sin(k\theta) & \sum_{k=1}^m \sin^2(k\theta) \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.1)$$

Considerando que o estado tem duas grandezas, ($n = 2$), X_c e \hat{X}_s . As entradas diagonais da matriz inversa na equação [3.1] dão as variâncias de cada um dos erros de estimação, enquanto as entradas fora da diagonal dão a covariância entre as duas grandezas do estado [14].

Os somatórios da expressão (3.1) podem-se simplificar

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m \cos^2(k\theta) &= \frac{(m-1)}{2} + \frac{\cos^2(k\theta)}{2} + \frac{1}{2} \sin(2k\theta) \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ \sum_{k=1}^m \sin^2(k\theta) &= \frac{(m+1)}{2} - \frac{\cos^2(k\theta)}{2} + \frac{1}{2} \sin(2k\theta) \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ \sum_{k=1}^m \cos(k\theta) \sin(k\theta) &= \frac{1}{4} \sin(2k\theta) + \frac{\sin^2(k\theta) \cos\theta}{2 \sin\theta} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Assim, com um $k\theta$ múltiplo de π (nos casos de DFT de meio ciclo, de ciclo completo, etc) os erros de estimação são independentes e têm variâncias iguais de $\frac{2\sigma_\varepsilon^2}{m}$. O determinante da matriz na

equação [3.1], apesar de se apresentar complicado, pode ser calculado a partir dos somatórios na equação [3.2]. Se forem somadas as duas variâncias correspondentes a cada uma das grandezas de estado, $\hat{X}_c + j\hat{X}_s$, obtém-se [14]

$$\sigma_{\hat{X}}^2 = \frac{4 \sigma_{\varepsilon}^2}{m} \quad (3.3)$$

Antes de se poder tirar qualquer conclusão definitiva sobre o comportamento do erro de estimação, tem de se analisar o termo σ_{ε}^2 . Para clarificar a notação das equações [2.24] e [2.25], é considerado que z representa amostras da tensão. Se, com o desenvolvimento do subcapítulo 2.2.6.1, se considerar que os sinais que estão a ser amostrados com frequências diferentes da fundamental, para se produzir o erro ε na equação [2.19], são um processo aleatório estacionário [14]. Por exemplo, para uma densidade espectral de potência plana de nível S_V , isto é

$$S(\omega) = S_V, \text{ para todo } \omega \quad (3.4)$$

Então vai ter de se filtrar o ruído com um filtro “anti-aliasing” antes da amostragem. Se se assumir um filtro ideal com uma frequência de corte de

$$\omega_c = \frac{\pi \omega_0}{8} \quad (3.5)$$

metade da frequência de amostragem, onde $\theta = \omega_0 \Delta t$, o ruído antes da amostragem vai ficar com um espectro

$$S_a(\omega) = \begin{cases} S_V, & |\omega| < \pi \omega_0 / \theta \\ 0, & |\omega| > \pi \omega_0 / \theta \end{cases} \quad (3.6)$$

onde o a denota amostragem. Da definição da função de correlação, obtém-se

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = R_V(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi \omega_0 / \theta}^{\pi \omega_0 / \theta} S_V d\omega = \frac{S_V \omega_0}{\theta} \quad (3.7)$$

ou

$$\sigma_{\hat{V}}^2 = \frac{4 S_V \omega_0}{m \theta} = \frac{4 S_V}{T} \quad (3.8)$$

onde T é o comprimento da janela em segundos. Se a impedância do defeito for calculada como quociente entre as tensões e correntes estimadas e se assumir que os erros são pequenos [14], então a variância do erro da impedância é dado por,

$$\sigma_Z^2 = \sigma_{\hat{V}}^2 + \sigma_I^2 = \frac{4 (S_V + S_I)}{T} \quad (3.9)$$

A equação [3.9] é válida para T múltiplo de meio-ciclo da frequência fundamental. A curva do

desvio padrão (σ_z) da estimativa da impedância, obtida da Equação [3.1], é mostrada na Figura 3.1.

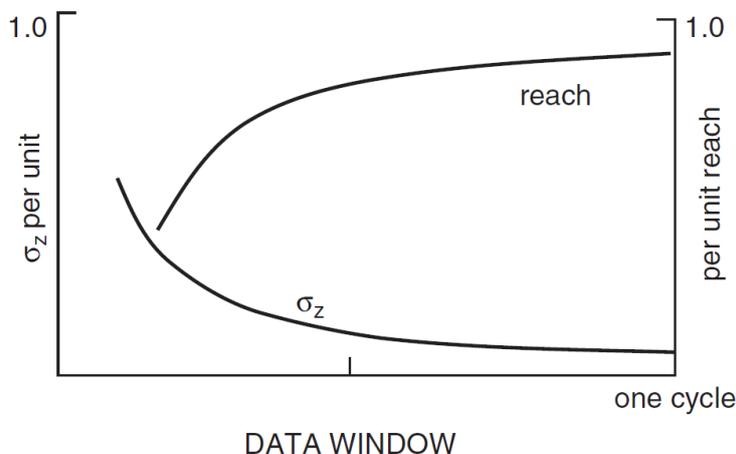


Figura 3.1 - Curvas da variância da estimativa de impedância e do alcance versus tamanho da janela de amostragem

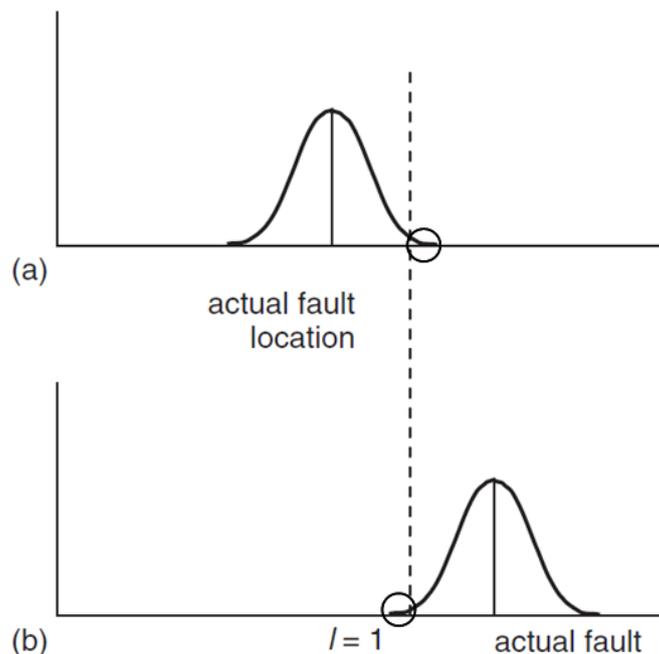
Muitas observações têm sido feitas [14]

- A primeira é sobre a equação [3.9], que diz respeito à frequência de amostragem usada nos algoritmos de cálculo de impedância. A frequência de amostragem não aparece na equação [3.9]. A variância da estimativa de impedância é independente da frequência de amostragem e é inversa ao comprimento da janela de amostragem. A explicação reside no filtro de “anti-aliasing”. Com frequências de amostragem superiores, o filtro de “anti-aliasing” tem uma maior banda e cada amostra tem uma maior variância, equação [3.7]. Por outro lado, há mais amostras no mesmo período T e m é correspondentemente maior, equação [3.3]. Este efeito vai-se manter até à frequência de amostragem ser tão grande que, o pressuposto do ruído ser branco antes da filtração ($S(\omega) = S_v$, para todo ω) fica inválido. Desde que o ruído seja de banda limitada, por exemplo por transdutores, há frequências de amostragem que são suficientemente altas para superar a banda do ruído. Experiências de laboratório demonstraram que são necessárias frequências na ordem dos kHz para estes efeitos se pronunciarem.
- Outra, é sobre o efeito adicional causado pelo uso de um filtro “anti-aliasing” não ideal. Os filtros “anti-aliasing” têm um deslocamento da fase que se traduz num atraso. Este atraso, para filtros bem desenhados, é de cerca do tempo de uma amostra. Logo, frequências de amostragem mais baixas representam atrasos maiores introduzidos pelo filtro de “anti-aliasing”.

Esta análise foi feita para os algoritmos de Fourier, mas era apropriada para Filtros Lineares e de Kalman. Uma janela de amostragem maior irá produzir melhores estimativas para todos os tipos

de algoritmos. Maiores frequências (com o filtro de “anti-aliasing” apropriado) produzem mais ruído por amostra. Em geral, independentemente da frequência de amostragem, a variância da estimativa do local do defeito é inversa ao comprimento da janela de amostragem [14].

A segunda curva na Figura 3.1, o alcance, é também um resultado geral importante. Aceitando-se que a estimativa do local de defeito é uma variável aleatória que tem o valor médio correto, mas tem uma densidade de probabilidade com a variância dada pela equação [3.9] então tem de se aceitar que há uma probabilidade de falso disparo, ou de falha a disparar. As duas situações são mostradas na Figura 3.2. Em cada caso, a densidade é desenhada com o valor médio no verdadeiro local do defeito e a zona sombreada das densidades corresponde à má operação. Se a densidade tiver caudas, como se mostra na Figura 3.2, então não há nenhuma regulação possível do relé que consiga evitar a falha de disparo ilustrada na Figura 3.2a.



a) Defeitos dentro da zona 1

b) Defeitos para lá da zona 1

Figura 3.2 - Distribuições da estimativa de localização do defeito.

No entanto, se fosse assumido que quase todas as densidades razoáveis estavam concentradas dentro de $\pm 2.5\sigma$, podia-se concluir que a configuração máxima do relé que se pode utilizar é $1 - 2.5\sigma$. Isto iria corresponder a um grau de confiança melhor que 99% se as distribuições fossem Gaussianas e garantiria que não existiriam falhas a disparar, se a densidade fosse triangular ou uniforme. A dependência inversa no tempo da variância das estimativas traduz-se na curva do alcance mostrada na Figura 3.1.

As implicações da relação velocidade-alcance são evidentes e são inerentes em relés electromecânicos. Defeitos muito próximos do relé podem ser eliminados rapidamente mas defeitos próximos da fronteira da zona 1 requerem mais processamento [14].

Assim, concluiu-se nesta análise que embora o conceito seja apelativo e reconhecido na concepção de relés, tem grande impacto em relés digitais que usam uma janela de amostragem fixa para facilitar o processamento numérico. Por exemplo, uma janela fixa de meio-ciclo não consegue eliminar um defeito próximo do relé tão rápido quanto seria de esperar e não se pode colocar tão perto da zona 1 como um algoritmo com uma janela maior. Evidentemente, seria necessário ter um algoritmo que se ajustasse à largura da janela de acordo com a localização do defeito [14].

3.2 Análise da Propagação do Erro nos Subistemas de uma Proteção de Distância no Domínio do Tempo de J. L. P. Sá [20]

Apresentando agora a análise no domínio do tempo desenvolvida em 1994 por J. L. P. Sá [20], sabe-se que os erros nos relés de distância resultam tanto de causas dinâmicas como transitórias aleatórias. Erros dinâmicos surgem de fatores como a resistência de defeito, os parâmetros da linha, cargas, SIR, inexatidões estacionárias dos TI's e TT's e, ainda, as limitações tecnológicas no fabrico dos relés. No entanto, pode-se considerar que estes factores não evoluem quando um relé de MAV está a trabalhar na sua decisão de corte da zona 1. Portanto, são melhor contabilizados na configuração e na avaliação de performance dinâmica [13]. Também, para muitos relés de distância comerciais com os tempos de operação da zona 1 entre 1 e 2 ciclos, pode-se assumir que tais erros são os mais importantes [20].

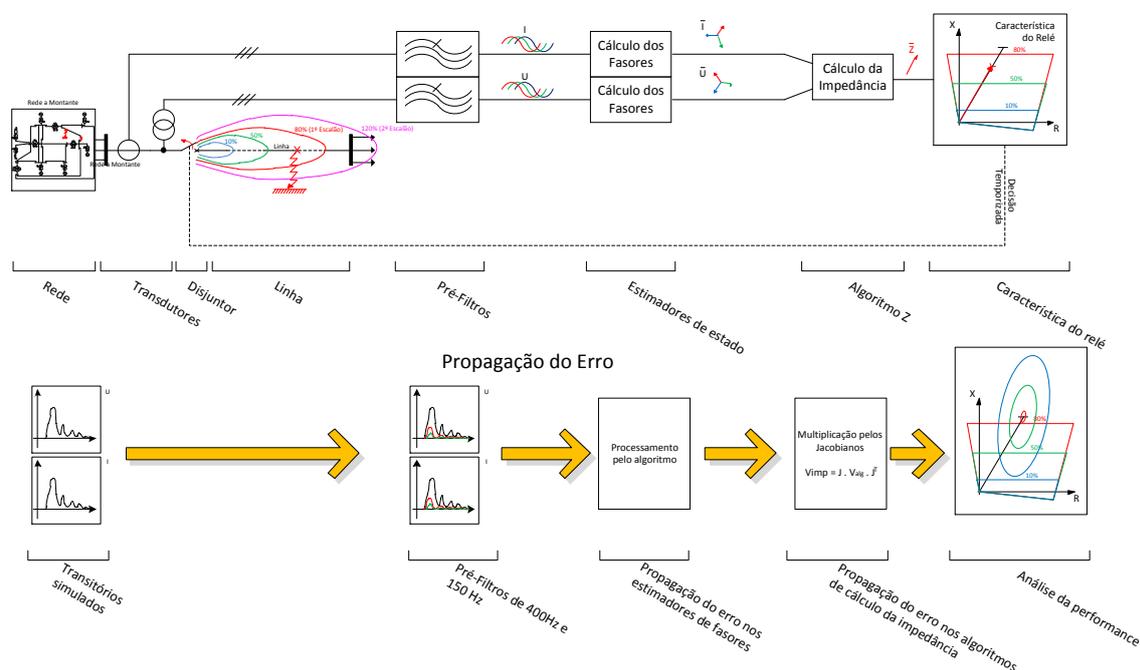


Figura 3.3 - Propagação do erro nos subsistemas de uma proteção de distância

No entanto, porque isto não é verdade para os relés de distância de MAV, apenas a poluição do sinal devida aos transitórios electromagnéticos (TEM), induzidos pelo defeito, serão considerados daqui em diante.

No primeiro subcapítulo, de acordo com a figura 3.3, vai-se mostra-se como se obtêm as fontes de erro da rede.

Depois, será mostrado como esse erro passa pelos vários subsistemas de uma proteção de distância, e como influencia o valor de impedância calculado através de um método de linearização.

3.2.1 Cálculo das Variâncias nas Simulações da Rede

Para caracterizar os TEM como processos estocásticos, foram consideradas várias e diferentes topologias realistas de um sistema de energia, potências de curto-circuito, tipos de defeito e localizações do defeito, como foi referido no capítulo anterior. Por fim, foram obtidas estatísticas resultantes dos TEM induzidos pelo defeito, estimadas através do agrupamento de médias de simulações de diferentes defeitos ([6], [10] e [11]).

Foram simulados defeitos Fase-Terra (FT) e defeitos Fase-Fase (FF). Os defeitos Fase-Terra representam 88% dos defeitos em linhas de transporte de 400kV e os defeitos Fase-Fase embora só representem 5% dos defeitos em linhas de transporte, são os mais exigentes no que diz respeito à estabilidade transitório e à exigência da performance dos algoritmos [21].

Foram efetuadas simulações com o defeito a acontecer em $t = 1 \text{ ms}$ e com a tensão inicial máxima, bem como com o defeito aplicado logo no início ($t = 0 \text{ s}$). Da subtração das duas simulações, do regime estacionário pela do regime transitório, obtiveram-se as variâncias [11] como se representa na Figura 3.4.

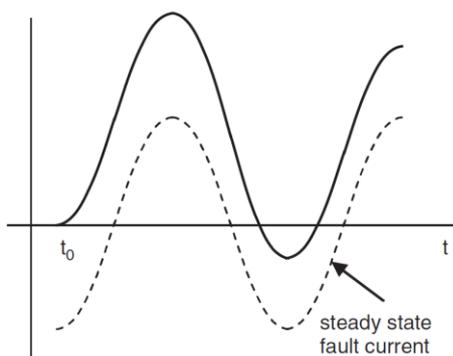


Figura 3.4 - Transitório da corrente de defeito. A curva a tracejado é a corrente de defeito em régie estacionário.

Optou-se por se transformar os resultados da simulação do programa de transitórios para componentes de Clarke, porque estas são as que melhor caraterizam a natureza dos transitórios induzidos pelos defeitos. De fato, são as componentes de Clarke que melhor caracterizam a natureza dos transitórios induzidos pelo defeito, porque com uma referência de fase apropriada, só há transitórios de componentes 0 e α para defeitos FT e transitórios de componente β para defeitos FF. Com a correta combinação das variâncias [Apêndice A], obtêm-se diretamente as variâncias.

Apesar de se terem realizado uma média com 80 simulações, os transitórios obtidos contém muitas irregularidades.

Optou-se, então, por se utilizar um modelo estocástico (desenvolvido em [11]), no qual se tenta ter em conta, tanto a evolução da variância como as autocorrecções oscilatórias, dado pela soma das equações:

$$R_{x1}(t) = Y_1 \left(e^{-\frac{t}{\tau_V}} (1 - a \cos(\phi)) \right) - e^{-\frac{2t}{\tau_\beta}} (1 - a \cos(\phi + 2\omega t)) \quad (3.10)$$

e

$$R_{x2}(t) = \left(Y_{21} e^{-\frac{t}{\tau_{r1}}} - Y_{22} e^{-\frac{t}{\tau_{r2}}} \right) - (Y_{21} - Y_{22}) e^{-\frac{2t}{\tau_\alpha}} \quad (3.11)$$

Com a determinação dos valores das constantes do modelo que melhor fazem a aproximação das simulações, obtiveram-se as equações dos transitórios das variâncias dos vários defeitos, como se mostra, na Figura 3.5.

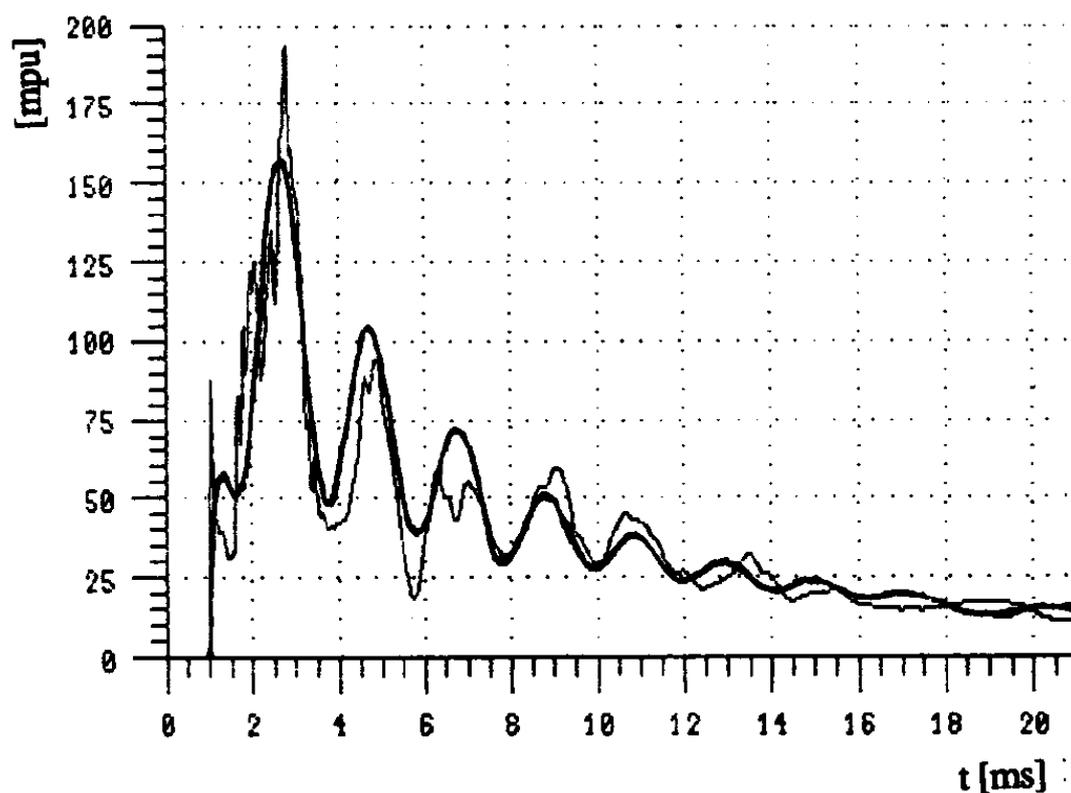


Figura 3.5 - Amostras de Variância das componentes de Clarke do transitório um defeito FT numa linha de 400 kV

3.2.2 Propagação de Erros nos Pré-Filtros

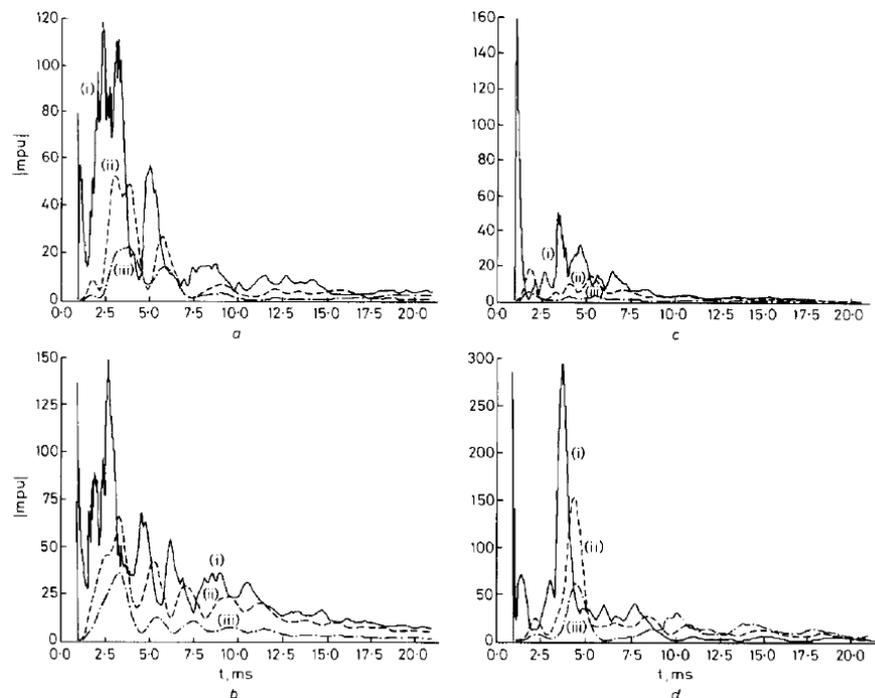
De acordo com o descrito no capítulo 2.2.6, para se obterem resultados comparáveis de cada tipo de defeito, os transitórios, resultantes da subtração no capítulo anterior, foram obtidos por três processos diferentes [21]:

- Sem qualquer tipo de filtragem
- Pré-Filtros de 4ª Ordem de Butterworth passa baixo com frequência de corte de 400Hz, como normalmente é feito em filtros “anti-aliasing” [22]
- Pré-Filtros duplos RC simples com frequência de corte de 150Hz, como exemplo de filtro baratos e fiáveis utilizados na indústria.

Os pré-filtros (b) e (c) foram simulados pelos seus modelos de estados e rotinas simples, a correr sobre os ficheiros de “output” do programa de simulação EMTP, em utilização integração trapezoidal [11].

Assim, obtiveram-se os seguintes transitórios:

- Para defeitos Fase-Terra



a) Tensões α b) Correntes α c) Tensões 0 d) Correntes 0

Figura 3.6 - Variâncias de 80 defeitos FT diferentes em linhas de 400kV longas.

(i) Sem filtragem

(ii) Com filtragem “anti-aliasing” ($f_{corte} = 400\text{Hz}$)

(iii) Com um filtro RC duplo ($f_{corte} = 150\text{Hz}$)

- Para defeitos Fase-Fase

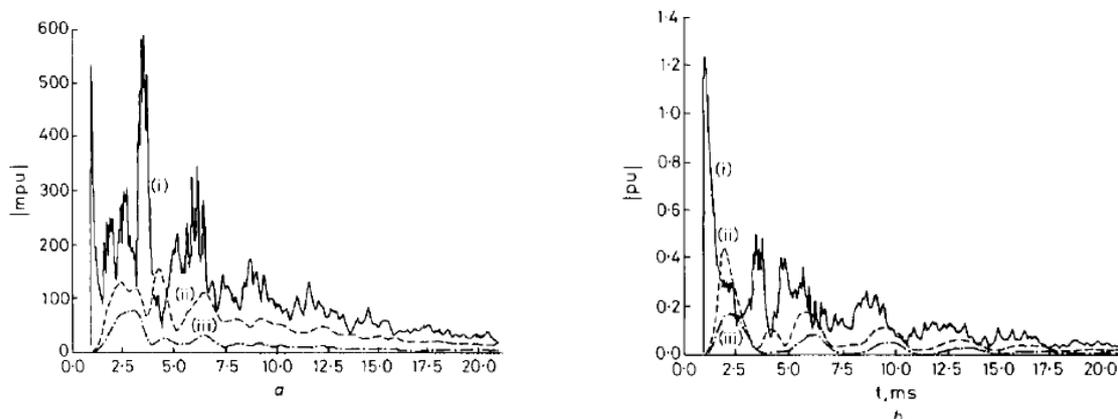
a) Tensões FF β b) Correntes FF β

Figura 3.7 - Variâncias de 80 defeitos diferentes FF em linhas de 400kV longas.

(i) Sem filtragem

(ii) Com filtragem “anti-aliasing” ($f_{corte} = 400\text{Hz}$)

(iii) Com um filtro RC duplo ($f_{corte} = 150\text{Hz}$)

3.2.3 Propagação de Erro nos Estimadores do Fasores

Para analisar isoladamente as imprecisões na modelação de estado entre o modelo verdadeiro e o modelo assumido [17], estenderam-se as dimensões dos vectores e matrizes assumidas pelos filtros implementados às dimensões do modelo verdadeiro, preenchendo as novas posições com zeros (porque são ignorados no modelo assumido), resultando [21]

$$\Delta H_k = H_k - H_k^a \quad \Delta \Phi_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} - \Phi_{k,k-1}^a \quad (3.12)$$

Por exemplo, com os modelos de estado referidos no Capítulo 2, ficam:

$$\Delta H_{i,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{-(k\Delta t/T_a)} - e^{-(k\Delta t/T_r)} \\ -\cos(\omega_q k \Delta t) e^{-(k\Delta t/T_q)} & -\sin(\omega_q k \Delta t) e^{-(k\Delta t/T_q)} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\Delta \Phi_{i,k,k-1} = \text{diag}(-\beta e^{-(k\Delta t/T_{gen})} \quad -\beta e^{-(k\Delta t/T_{gen})} \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad (3.14)$$

Para o estudo da performance, vão ser testados alguns dos esquemas clássicos de operação. Estes resultam da combinação dos vários estimadores, com os vários tipos de componentes, várias hipóteses de comprimentos de janela e de vários tipos de pré filtro(como já sido considerado por J. L. P. Sá na referência [21]).

Foram testados os esquemas da Tabela 3.1 e Tabela 3.2 [21].

Esquema	Descrição
$DFT_{1/2}$	<p>Este esquema corresponde à aplicação do estimador linear, com uma janela crescente de 3 até 10 amostras (meio ciclo), como mostrado na referência [10]. Uma janela crescente é equivalente ao filtro de Kalman diferindo apenas por não terem informação “a priori” e nem características variantes no tempo.</p> <p>A Transformada Discreta de Fourier foi aplicada às tensões e às correntes, mas no caso das correntes foi considerada uma versão estendida, na qual a componente DC foi adicionada como um estado a ser estimado como justificado no Capítulo 2. Esta é uma variação mencionada na referência [10] e faz uma melhor comparação entre os vários esquemas.</p> <p>De acordo com as usuais práticas no estudo da performance dos algoritmos de transformadas discretas de Fourier, foram utilizados pré-filtros com frequência de corte de 400 Hz [9].</p> <p>Este esquema foi testado com uma frequência de amostragem de 1000 Hz, período de 1 ms, significando que o ruído na saída no pré-filtro, com frequência de corte de 400 Hz, se assemelha a ruído branco [6], de tal modo que o factor de correlação $a_{k,k-1}$, do Modelo de Markov-1, é muito pequeno. Em complemento, para estas frequências de corte dos pré-filtros e frequência de amostragem, a resposta transitória dos pré-filtros praticamente desaparece antes da primeira amostra, satisfazendo o pressuposto de ruído branco.</p>
DFT^{\wedge}	<p>Este esquema é igual ao anterior mas com a janela de amostragem com um número crescente de amostras, de 3 até mais que 10 amostras (ciclo completo).</p>
$SCDFT_{1/2}$	<p>Este esquema é igual ao $DFT_{1/2}$ mas é baseado na Transformada de Fourier Discreta com Componentes Simétricas/Fortescue (Anexo A), processando as amostras de um modo linear para obter os fasores de Fortscue.</p>
$SCDFT^{\wedge}$	<p>Este esquema é igual ao DFT^{\wedge} mas é baseado na Transformada de Fourier Discreta com Componentes Simétricas.</p>

Tabela 3.1 - Esquemas testados baseados na DFT [21]

Esquema	Descrição
<i>KF</i>	<p>Este esquema corresponde à aplicação do filtro de Kalman, que ao contrário dos outros esquemas não considera qualquer filtro.</p> <p>Mas para contrabalançar a maior variância de ruído, foi utilizado um período de amostragem de 0,02 ms, ou seja frequência de amostragem de 50000 Hz. Isto leva a um factor $a_{k,k-1}$ do ruído do Modelo de Markov-1 que rapidamente cresce de 0,08 para 0,22 com o tempo.</p>
<i>MKF</i>	<p>Este esquema transforma as componentes clássicas em componentes de Clarke, que depois são processadas pelo estimador. Por fim os fasores obtidos são transformados em fasores de Fortescue para poderem ser utilizados no algoritmo k, introduzido no Capítulo 2.</p> <p>Como o Filtro de Kalman também não considera nenhum pré-filtro.</p>
<i>MKF +</i>	<p>Este esquema é igual ao <i>MKF</i>, mas com um período de amostragem de 1 ms, frequência de amostragem de 1000Hz, e um pré-filtro duplo RC, levando o factor $a_{k,k-1}$ do ruído do Modelo de Markov-1 a tomar valores de 0,44. Outra particularidade deste esquema é ter em conta a resposta dos pré-filtros como explicado na referência [6].</p>

Tabela 3.2 - Esquemas testados baseados no Filtro de Kalman [21]

3.2.3.1 Estimadores Lineares Sub-ótimos

Para estudar a performance dos estimadores lineares sub-ótimos foram utilizadas as equações desenvolvidas em 1994 por J. L. P. Sá na referência [20,21].

Lembrando a equação [2.26], determina-se ao erro quadrático médio verdadeiro

$$\begin{aligned}
 V(\hat{X})_k &= A_k V_k A_k^T + A_k (\Delta H_k F_k + H_k^a \Delta F_k) \\
 &\times V(X)_{k-m} (\Delta H_k F_k + H_k^a \Delta F_k)^T A_k^T
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

onde V_k é diagonal, apenas se o ruído é branco. As matrizes H e F são extensões à dimensão m do vetor mais simples de medida H e da matriz $n \times n$ de transição de estado Φ introduzidas no capítulo 2 e descritas no Anexo C. O factor de correlação do ruído $a_{k,k-1}$ da equação [2.2] não aparece explicitamente na equação [3.15], mas o seu efeito está presente nos elementos fora da diagonal de V_k (uma matriz simétrica cheia $m \times m$) [20].

Por outro lado, $V(X)$ é obviamente o valor médio quadrático das próprias variáveis do modelo,

que é importante quando há modelos de estado com incertezas como é aparente na equação [3.15]. Para o desvio tem-se apenas a seguinte expressão [20]:

$$\tilde{X}_{avg,k} = -A_k(\Delta H_k F_k + H_k^a \Delta F_k) X_{avg,k-m} \quad (3.16)$$

3.2.3.2 Filtros de Kalman Sub-ótimos

Os filtros de Kalman usam informação “a priori” antes de começar a observar, são estimadores “afim” em vez de lineares [16]. Partindo das referências [16] a [18], e tendo em conta explicitamente o fator de correlação $a_{k,k-1}$ da equação [2.2], apresenta-se um conjunto completo de equações recursivas e relacionadas (Anexo D, [20]), demonstrando o verdadeiro valor do erro quadrático médio para o filtro sub-ótimo de Kalman [20]

$$\begin{aligned} V(\tilde{X})_k &= (I - K_k H_k^a) V(\tilde{X})_{k,k-1} (I - K_k H_k^a)^T \\ &+ K_k (V_k + \Delta H_k V(X)_k \Delta H_k^T) K_k^T \\ &- \{K_k R_k (I - K_k H_k^a)^T + [K_k R_k (I - K_k H_k^a)^T]^T\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

O efeito das fontes não correlacionadas de enviesamento no vector de erro \tilde{X}_k pode ser avaliado através da expressão recursiva mais simples [20]

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{avg,k} &= (I - K_k H_k^a) \times (\Phi_{k,k-1}^a \tilde{X}_{avg,k-1} + \Delta \Phi_{k,k-1} X_{avg,k-1}) \\ &- K_k \Delta H_k X_{avg,k} \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.2.4 Propagação de Erros nos Algoritmos de Cálculo da Impedância

Depois de introdução das expressões completas para a avaliação total dos erros dos estimadores aplicados para extrair os fasores, é necessário determinar mais relações para situar as probabilidades destes erros na imprecisão final da impedância que é o erro que realmente interessa de um ponto de vista prático [20].

Em anteriores estudos da performance transitória de relés de distância, as variâncias dos erros de estimação dos fasores de correntes e tensões eram aproximados a simples escalares (subcapítulo 3.1), e somados para se obter uma medida escalar do erro da estimativa da impedância [6] (pag. 252). Apesar desta abordagem ser perfeita para alguns pressupostos (como se mostra a seguir), no geral uma medida mais detalhada da contribuição de cada erro para o total, pode ser atingida pela linearização, como foi feito anteriormente para a avaliação de erros dinâmicos [Anexo B, 20].

Primeiro, considera-se que qualquer que seja a sua dimensão das equações [3.15] e [3.17], é possível extrair uma submatriz 2×2 de $V(\tilde{X})_k$ contando apenas com os erros nos fasores. Desta matriz, isolando os valores quadráticos médios da probabilidade marginal do erro na estimativa dos fasores, conclui-se que este erro tem, em geral, duas componentes diferentes de covariância (erros de estimativa real e imaginária). No entanto, só para alguns filtros lineares, assumindo ruído branco estacionário e janelas de amostragem múltiplas de meio ciclo, é que estas duas componentes são

iguais e icorrelacionadas. Caso contrário, podem-se ainda calcular medidas escalares através do seguimento das matrizes de variância [14] e [4], mas só se obtém um modelo bi-variante em alguns casos particulares [20].

Seguindo o raciocínio do Anexo B [20], considere-se que, com sinais limpos, cada um dos termos (r, x) de uma impedância é uma função não linear das componentes real e imaginária dos fasores de corrente e tensão

$$r = r(U_{c1}, U_{s1}, \dots, U_{sm}, I_{c1}, I_{s1}, \dots, I_{sn}) = r(U, I) \quad (3.19)$$

$$x = x(U_{c1}, U_{s1}, \dots, U_{sm}, I_{c1}, I_{s1}, \dots, I_{sn}) = x(U, I) \quad (3.20)$$

Assumindo pequenas variações à volta destes valores

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= J_r(U_{avg}, I_{avg})[\tilde{U}; \tilde{I}]^T \\ \tilde{x} &= J_x(U_{avg}, I_{avg})[\tilde{U}; \tilde{I}]^T \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde $J_r(U_{avg}, I_{avg})$ e $J_x(U_{avg}, I_{avg})$ são os Jacobianos (matrizes de sensibilidade) de r e x calculados para o verdadeiro valor dos fasores.

O valor médio e os erros quadráticos médios da impedância são calculados através de um vector $\tilde{Z} = [\tilde{r} \ \tilde{x}]^T$ e uma matriz $2 \times (n + m)$ J onde as linhas são os elementos dos Jacobianos acima referidos

$$\begin{aligned} \tilde{Z} &= E(\tilde{Z}) = J E([\tilde{U}, \tilde{I}]^T) \\ &= J[\tilde{U}_{avg}, \tilde{I}_{avg}] \\ &= J\tilde{X}_{avg} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} V(\tilde{Z}) &= E(\tilde{Z} \ \tilde{Z}^T) \\ &= J E([\tilde{U}, \tilde{I}]^T [\tilde{U}, \tilde{I}]) J^T \\ &= J V(\tilde{X}) J^T \end{aligned} \quad (3.23)$$

com

$$\tilde{X} = [\tilde{U}, \tilde{I}] = [\tilde{U}_{c1}, \tilde{U}_{s1}, \dots, \tilde{U}_{sm}, \tilde{I}_{c1}, \tilde{I}_{s1}, \dots, \tilde{I}_m]^T \quad (3.24)$$

Para erros com média zero, a equação [3.23] resulta numa matriz 2×2 da covariância dos erros de estimação da impedância, apesar de por regra incluir algum desvio. Isto, por outro lado, pode ser isolado para avaliação através da equação [3.22] quando se quer observar os efeitos de uma só variável.

Das equações [3.22] e [3.23] torna-se evidente que a magnitude relativa dos erros de impedância depende não só dos erros de estimação dos fasores mas também dos valores dos Jacobianos. Por outro lado, estes últimos dependem dos verdadeiros valores dos fasores e particularmente do quadrado da magnitude da corrente de defeito [20].

3.2.4.1 Algoritmo compensado (Componentes Clássicas)

Considerando a expressão [2.44] e [2.46] da impedância da linha com defeito do algoritmo compensado (subcapítulo 2.2.7.1), têm-se as seguintes equações:

$$\frac{E_x - E_y}{I_x - I_y} = Z_F = k \cdot Z_L \quad (3.25)$$

e

$$\frac{E_x}{I_x + k_0 \cdot I_N} = Z_F = k \cdot Z_L \quad (3.26)$$

Nesta dissertação vão apenas ser estudados dois defeitos, o defeito Fase-Fase e o defeito Fase-Terra.

a) Defeito Fase-Fase

Para um defeito FF processado por um relé é utilizada a equação [3.25]

$$Z_F = \frac{U_b - U_c}{I_b - I_c} = \frac{U_\beta}{I_\beta} = \frac{(U_{c\beta} - jU_{s\beta})}{(I_{c\beta} - jI_{s\beta})} \quad (3.27)$$

O jacobiano β de Clarke é dado pela seguinte expressão:

$$J_\beta = [J_\beta] \quad (3.28)$$

$$J_\beta = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_\beta} \quad \frac{\partial(\sqrt{2} \times Z_{def})}{\partial I_b} \right]$$

ou seja,

$$J_\beta = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial Re[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial U_{\beta c}} & \frac{\partial Re[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial U_{\beta s}} & \frac{\partial Re[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial I_{\beta c}} & \frac{\partial Re[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial I_{\beta s}} \\ \frac{\partial Im[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial U_{\beta c}} & \frac{\partial Im[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial U_{\beta s}} & \frac{\partial Im[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial I_{\beta c}} & \frac{\partial Im[\sqrt{3} \times Z_{def}]}{\partial I_{\beta s}} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

obtendo-se o seguinte jacobiano [20]

$$\begin{aligned}
 J_{\beta} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a & b & -d & c \\ b & -a & f & e \end{bmatrix} \\
 a &= \frac{I^{\beta c}}{I^{\beta^2}} \quad b = \frac{I^{\beta s}}{I^{\beta^2}} \quad c = \frac{U^{\beta s} - 2I^{\beta s} X^{\beta}}{I^{\beta^2}} \\
 d &= \frac{2I^{\beta c} R^{\beta} + U^{\beta c}}{I^{\beta^2}} \quad e = \frac{2I^{\beta c} R^{\beta} + U^{\beta c}}{I^{\beta^2}} \\
 f &= \frac{U^{\beta s} - 2I^{\beta s} X^{\beta}}{I^{\beta^2}}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Utilizando as seguintes considerações, sobre a linha e o defeito[28]:

Linha

$$SIR = \frac{|Z_s|}{|Z_L|} \tag{3.31}$$

em que se assume que a tensão “vista” pelo relé é o resultado de um “divisor de tensão” entre a impedância do sistema e a impedância da linha

$$U_+^{inicial} = j \times \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} \tag{3.32}$$

ou ainda, em função do SIR

$$U_+^{inicial} = j \times \left(\frac{1}{SIR+1} \right) \tag{3.33}$$

Defeito (Fase-Fase)

$$I^+ = -I^- \tag{3.34}$$

$$I^+ = \frac{U_0^+}{Z_{def}^+} = j \left(\frac{1}{1+SIR} \right) \times \frac{1}{2Z^+} \tag{3.35}$$

$$U^+ = U_0^+ - j I^+ Z^+ \tag{3.36}$$

$$U^- = -j I^- Z^- \tag{3.37}$$

peço que resolvendo a expressão [3.29] em relação à equação [3.27], e utilizando as considerações anteriores, convertidas para componentes de Clarke, obtém-se o seguinte Jacobiano

$$\begin{aligned}
 J_{\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} a & b & d & c \\ b & -a & c & -d \end{bmatrix} \\
 a &= (1 + SIR)X_{linha} \quad b = 0 \quad c = -SIR(1 + SIR)X_{linha}^2 \\
 d &= 2R_{linha}(1 + SIR)X_{linha}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Para calcular a matriz de variância e enviesamento da impedância estimada, seguindo o raciocínio do Anexo B, utiliza-se a expressão

$$\tilde{Z}_{defio,pu} = \frac{1}{|Z_{linha}|} (J_\beta) \tilde{X}_{\alpha\beta avg} \quad (3.39)$$

$$V(\tilde{Z})_{pu} = \frac{1}{(|Z_{linha}|)^2} (J_\beta) V(\tilde{X}_{\alpha\beta avg}) (J_\beta)^T \quad (3.40)$$

b) Defeito Fase-Terra

Para um defeito FF processado por um relé é utilizada a equação [3.26]

$$Z_{def} = \frac{U_a}{I_a + 3k_0 \cdot I_0} = \frac{(U_{ca} - jU_{as})}{(I_{ca} - jI_{sa}) + 3k_0 \cdot (I_{c0} - jI_{s0})} = \frac{(U_{cF} - jU_{aF})}{(I_{cC} - jI_{sC})} \quad (3.41)$$

Os Jacobianos α e β de Clarke transformados em Fortescue (Anexo A) são dados pela seguinte expressão

$$J = \left[\frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_a} \quad \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_a} \quad \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_0} \right] \quad (3.42)$$

Obtendo-se os seguintes Jacobianos

$$J = \begin{bmatrix} a & b & -c & d & -3k_0c & 3k_0d \\ b & -a & d & c & 3k_0d & 3k_0c \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$a = \frac{I^{cc}}{I^{c2}} \quad b = \frac{I^{cs}}{I^{c2}} \quad c = \frac{2RI^{cc} + U^{ac}}{I^{c2}}$$

$$d = \frac{U^{as} - 2I^{cc}X}{I^{c2}}$$

Utilizando as seguintes considerações, sobre a linha e o defeito [28]:

Linha

$$SIR = \frac{|Z_s|}{|Z_L|} \quad (3.44)$$

em que se assume que a tensão “vista” pelo relé é o resultado de um “divisor de tensão” feito pela impedância do sistema e a impedância da linha

$$U_+^0 = j \times \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} \quad (3.45)$$

ou ainda, em função do SIR

$$U_+^0 = j \times \left(\frac{1}{SIR+1} \right) \quad (3.46)$$

Defeito (Fase-Terra)

$$I^+ = I^- = I^0 \quad (3.47)$$

$$I^+ = \frac{U_0^+}{Z_{def}^+} = j \left(\frac{1}{1+SIR} \right) \times \frac{1}{2 Z^+} \quad (3.48)$$

$$U^+ = U_0^+ - j I^+ Z^+ \quad (3.49)$$

$$U^- = -j I^- Z^+ \quad (3.50)$$

$$U^0 = -j I^- Z^0 \quad (3.51)$$

$$U^C = U^a \quad (3.52)$$

$$I^C = I^a + 3k_0 I^0 \quad (3.53)$$

pele que resolvendo as expressões [3.43] em relação à equação [3.41], e utilizando as considerações anteriores, convertidas para componentes clássicas, obtêm-se o jacobiano

$$J = \begin{bmatrix} a & b & -c & d & -3k_0c & 3k_0d \\ b & -a & d & c & 3k_0d & 3k_0c \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$a = \frac{1}{2}(1 + SIR)X_{linha}$$

$$b = 0$$

$$c = R_{linha}(1 + SIR)X_{linha}$$

$$d = -\frac{1}{8}(1 + SIR)X_{linha}(X_{linha0} - 2(-4 + SIR)X_{linha})$$

Para calcular a matriz de variância e enviesamento da impedância estimada, seguindo o raciocínio do Anexo B, utiliza-se a expressão

$$\tilde{Z}_{devio,pu} = \frac{1}{|Z_{linha}|} (J) \tilde{X}_{\alpha 0 avg} \quad (3.55)$$

$$V(\tilde{Z})_{pu} = \frac{1}{(|Z_{linha}|)^2} (J) V(\tilde{X}_{\alpha 0 avg}) (J)^T \quad (3.56)$$

3.2.4.2 Algoritmo k (Componentes Simétricas)

Considerando a expressão [3.64] da impedância da linha com defeito do algoritmo k (subcapítulo 2.2.8.3), mas formulada em relação à impedância de defeito e não à fração k da linha onde este ocorreu, tem-se a seguinte equação [20]

$$Z_{def(+)} = \frac{Z^+ + Z^- k'_2 + Z^0 k'_0}{1 + k'_0 + k'_2} \quad (3.57)$$

onde Z^+ é a razão entre a Tensão e a Corrente estimadas para a sequência direta e e da mesma forma para as impedâncias Z^- e Z^0 .

A equação [3.25] toma, diferentes configurações conforme o defeito em causa, como se viu no subcapítulo 2.2.7.2.

Defeito Fase-Fase

Para um defeito FF processado por um relé com o algoritmo k (equação [3.25]) a equação de defeito resultante é a seguinte

$$Z_{def(+)} = Z^+ + Z^- = \frac{U^+}{I^+} + \frac{U^-}{I^-} = \frac{U^{+c} - jU^{+s}}{I^{+c} - jI^{+s}} + \frac{U^{-c} - jU^{-s}}{I^{-c} - jI^{-s}} \quad (3.58)$$

Os jacobianos α e β de Clarke transformados em Fortescue (Anexo A) são dados pelas seguintes expressões

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial I_+} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial I_{+s}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \\ \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial I_{+s}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \end{bmatrix}$$

e

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(j \times Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_-} & \frac{\partial(j \times Z_{def})}{\partial I_-} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial U_{-c}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial U_{-s}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial U_{-c}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial U_{-s}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial I_{-c}} & \frac{\partial Re[Z_{def}]}{\partial I_{-s}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial I_{-c}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial I_{-s}} \\ \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial U_{-c}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial U_{-s}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial U_{-c}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial U_{-s}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial I_{-c}} & \frac{\partial Im[Z_{def}]}{\partial I_{-s}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial I_{-c}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial I_{-s}} \end{bmatrix}$$

No entanto, sabe-se que no caso do defeito Fase-Fase importa apenas a componente β de Clarke, então as expressões descritas em cima podem ser simplificadas

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial I_+} \\ \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Re[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \\ \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Im[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

e

$$\begin{aligned}
 J_- &= [J_{\beta_-}] \\
 J_- &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(j \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(j \times Z_{def})}{\partial I_+} \\ \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Re[j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \\ \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial Im[j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \end{bmatrix} \quad (3.62)
 \end{aligned}$$

Obtendo-se os seguintes jacobianos

$$\begin{aligned}
 J_+ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a_+ & b_+ & -b_+ & a_+ & c_+ & d_+ & -d_+ & c_+ \\ b_+ & -a_+ & a_+ & b_+ & e_+ & f_+ & f_+ & e_+ \end{bmatrix} \\
 a_+ &= \frac{I_{+c}}{I_+^2} \quad b_+ = \frac{I_{+a}}{I_+^2} \quad c_+ = \frac{U_{+c} - 2r_+ I_{+c}}{I_+^2} \\
 d_+ &= \frac{U_{+s} - 2r_+ I_{+s}}{I_+^2} \quad e_+ = \frac{-U_{+c} - 2x_+ I_{+s}}{I_+^2} \quad f_+ = \frac{U_{+c} - 2x_+ I_{+s}}{I_+^2}
 \end{aligned} \quad (3.63)$$

e

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a_- & b_- & b_- & -a_- & c_- & d_- & d_- & -c_- \\ b_- & -a_- & -a_- & -b_- & e_- & f_- & f_- & -e_- \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

onde os elementos são definidos como indicado para a equação [3.63] mas com os subscritos '+' substituídos por '-'.

Utilizando as seguintes considerações, sobre a linha e o defeito[28]

Linha

$$SIR = \frac{|Z_s|}{|Z_L|} \quad (3.65)$$

assume-se que a tensão "vista" pelo relé é o resultado de um "divisor de tensão" entre a impedância do sistema e a impedância da linha

$$U_+^0 = j \times \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} \quad (3.66)$$

ou ainda, em função do SIR

$$U_+^0 = j \times \left(\frac{1}{SIR + 1} \right) \quad (3.67)$$

Defeito (Fase-Fase)

$$I^+ = -I^- \quad (3.68)$$

$$I^+ = \frac{U_0^+}{Z_{def}^+} = j \left(\frac{1}{1 + SIR} \right) \times \frac{1}{2 Z^+} \quad (3.69)$$

$$U^+ = U_0^+ - j I^+ Z^+ \quad (3.70)$$

$$U^- = -j I^- Z^- \quad (3.71)$$

pelo que resolvendo as expressões [3.63] e [3.64] em relação à equação [3.58], e utilizando as considerações anteriores, obtêm-se os seguintes jacobianos

$$\begin{aligned} J_+ + J_- &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a & b & -d & c \\ b & a & c & d \end{bmatrix} \\ a &= 4(1 + SIR)X_{linha} \quad b = 0 \\ c &= -8R_{linha}(1 + SIR)X_{linha} \\ d &= 4SIR(1 + SIR)X_{linha}^2 \end{aligned} \quad (3.72)$$

Para calcular a matriz de variância e enviesamento da impedância estimada, seguindo o raciocínio do Anexo B, utiliza-se a expressão

$$\tilde{Z}_{devio,pu} = \frac{1}{2|Z_{linha}|} (J_+ + J_-) \tilde{X}_{\alpha\beta avg} \quad (3.73)$$

$$V(\tilde{Z})_{pu} = \frac{1}{(2|Z_{linha}|)^2} (J_+ + J_-) V(\tilde{X}_{\alpha\beta avg}) (J_+ + J_-)^T \quad (3.74)$$

Os erros são comparáveis, se forem divididos pela impedância total da linha (equação [3.73] e [3.74]), porque esta é a referência da configuração da zona-1. Isto mostra como um linha curta (eventualmente caracterizada por um grande SIR) é mais exigente do que uma linha longa no que respeita a idênticas magnitudes de ruído em $V(\tilde{U}, \tilde{I})$.

As colunas da matriz $V(\tilde{X}_{\alpha\beta})$ (8×8) associadas à equação [3.38] relacionam as variáveis envolvidas $U_{\alpha_c}, U_{\alpha_s}, U_{\beta_c}, U_{\beta_s}, I_{\alpha_c}, I_{\alpha_s}, I_{\beta_c}, I_{\beta_s}$. Além das covariância entre as duas componentes de cada fasor, a maior dimensão de $V(\tilde{X}_{\alpha\beta})$ pode incluir dependências probabilísticas entre os estados de corrente e tensão. Estas correlações podem ser negligenciadas pelos estimadores implementados, mas podem ser importantes considerando os seus efeitos com modelações erróneas. As expressões [3.29] e [3.30] também mostram que a amplitude das correntes pode ser vista como o 'sinal' numa relação 'sinal-ruído' para estimação de estado. Na verdade, para o mesmo nível de ruído, quanto maiores as correntes, melhor.

Defeito Fase-Terra

Para um defeito FT processado por um relé com o algoritmo k (equação [3.25]) a equação de defeito resultante é a seguinte

$$Z_{def(+)} = \frac{z^+ + z^- + z^0 \left(\frac{z^0}{z^+} \left| \frac{I^0}{I^+} \right| \right)}{2 + z^0 \left(\frac{z^0}{z^+} \left| \frac{I^0}{I^+} \right| \right)} = \frac{\frac{U^+}{I^+} + \frac{U^-}{I^-} + \frac{U^0}{I^0} \left(\frac{U^0}{I^0} \left| \frac{I^0}{I^+} \right| \right)}{2 + \frac{U^0}{I^0} \left(\frac{U^0}{I^0} \left| \frac{I^0}{I^+} \right| \right)} \quad (3.75)$$

Os jacobianos α e β de Clarke transformados em Fortescue (Anexo A) são dados pela seguinte expressão

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial I_+} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_+} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_-} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial I_-} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_-} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

e

$$J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_0} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_0} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_0} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial I_0} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial I_0} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_0} \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Sabendo-se que no caso do defeito Fase-Terra importam apenas a componente α e 0 de Clarke, então as expressões descritas em cima também podem ser simplificadas

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_+} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_+} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_-} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_-} & \frac{\partial(0 \times Z_{def})}{\partial U_-} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

e

$$J_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(\sqrt{2} \times Z_{def})}{\partial U_0} & \frac{\partial(\sqrt{2} \times Z_{def})}{\partial U_0} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Obtendo-se os seguintes Jacobianos

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a_+ & b_+ & -b_+ & a_+ & c_+ & d_+ & -d_+ & c_+ \\ b_+ & -a_+ & a_+ & b_+ & e_+ & f_+ & f_+ & e_+ \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

onde os elementos são definidos como na expressão [3.63]

$$J_- = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a_- & b_- & b_- & -a_- & c_- & d_- & d_- & -c_- \\ b_- & -a_- & -a_- & -b_- & e_- & f_- & f_- & -e_- \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

onde os elementos são definidos como indicado para a equação [3.63] mas com os subscritos '+' substituídos por '-'.

$$J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & c_0 & d_0 \\ b_0 & -a_0 & e_0 & f_0 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

e também para esta expressão, onde os elementos são definidos como indicado na equação [3.63] mas com os subscritos '+' substituídos por '0', e que o jacobiano da relação $\left| \frac{I^0}{I^+} \right|$ é dado por

$$J_{i_0,+} = \frac{1}{\sqrt{3}} [a \quad b \quad c \quad d \quad c \quad -d] \quad (3.85)$$

$$a = \frac{I^0 c}{I^+ I^0} \quad b = \frac{I^0 s}{I^+ I^0} \quad c = -\frac{I^0 I^+ c}{\sqrt{2} I^+ s} \quad d = -\frac{I^0 I^+ s}{\sqrt{2} I^+ s}$$

Utilizando as seguintes considerações, sobre a linha e o defeito [28]

Linha

$$SIR = \frac{|Z_s|}{|Z_L|} \quad (3.86)$$

assume-se que a tensão “vista” pelo relé é o resultado de um “divisor de tensão” entre a impedância do sistema e impedância da linha

$$U_+^0 = j \times \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} \quad (3.87)$$

ou ainda, em função do SIR

$$U_+^0 = j \times \left(\frac{1}{SIR + 1} \right) \quad (3.88)$$

Defeito (Fase-Terra)

$$I^+ = I^- = I^0 \quad (3.89)$$

$$I^+ = \frac{U_0^+}{Z_{def}^+} = j \left(\frac{1}{1 + SIR} \right) \times \frac{1}{2 Z^+} \quad (3.90)$$

$$U^+ = U_0^+ - j I^+ Z^+ \quad (3.91)$$

$$U^- = -j I^- Z^+ \quad (3.92)$$

pelo que resolvendo as expressões [3.82] a [3.85] em relação à equação [3.75], e utilizando as considerações anteriores, obtêm-se os seguintes jacobianos

$$J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} a & b & -c & d \\ b & -a & d & c \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

$$a = 2(1 + SIR)X_{linha} \quad b = 0$$

$$c = 4R_{linha0}(1 + SIR)X_{linha} \quad d = -2(1 + SIR)X_{linha0}X_{linha}$$

bem como o jacobiano da relação $\left| \frac{I^0}{I^+} \right|$

$$\begin{aligned} J_{i_0,+} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [a \quad b \quad c \quad d \quad c \quad -d] \\ a &= 2(1 + SIR)X_{linha} \quad b = 0 \\ c &= -\sqrt{2}(1 + SIR)X_{linha} \quad d = 0 \end{aligned} \quad (3.94)$$

e

$$\begin{aligned} J_+ + J_- &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} a & b & -c & d \\ b & a & d & c \end{bmatrix} \\ a &= 4(1 + SIR)X_{linha} \quad b = 0 \\ c &= 8R_{linha}(1 + SIR)X_{linha} \\ d &= 4SIR(1 + SIR)X_{linha}^2 \end{aligned} \quad (3.95)$$

Para calcular a matriz de variância da impedância estimada, seguindo o raciocínio do Anexo B [20], utiliza-se a expressão:

$$\begin{aligned} V(\tilde{Z})_{pu} &= \frac{1}{\left(\left(2 + \left| \frac{Z^0 I^0}{Z^+ I^+} \right| \right) Z_{linha} \right)^2} \left((J_+ + J_-) V_{\alpha\beta} (J_+ + J_-)^T + \left(\frac{Z^0}{Z^+} \right)^2 \left(\frac{I^0}{I^+} \right)^2 + \right. \\ &\left. J_{i_0,+} V_{i_0,+} J_{i_0,+}^T + J_0 V_0 J_0^T + I \left(\left(Z_{def}^2 + \left(\frac{Z^0}{Z^+} \right)^2 \left(\frac{V^0}{I^0} \right)^2 \right) J_{i_+,0} V_{i_+,0} J_{i_+,0}^T \right) \right) \end{aligned} \quad (3.96)$$

3.2.5 Análise dos Erros na Característica do Relé de Proteção

Usando demonstração feita por J. L. P. Sá em 1994 na referência [20], apresenta-se o seguinte raciocínio; a zona-1 de decisão de operação de um relé de distância está sujeita à necessidade de se ter segurança, o que, normalmente significa não atuar para um defeito fora da linha.

Defeitos fora da zona-1 surgem a jusante do barramento final da linha ou a montante do barramento no início da linha (defeitos inversos), sendo os mais críticos aqueles que estão na proximidade dos barramentos. Apesar de ser difícil lidar com os defeitos inversos próximos, por causa da falta de tensão de polarização, estes não produzem uma tão grande quantidade de transitórios suscetíveis de serem vistos pelo relé (uma vez que o defeito atua como uma fonte de tensão zero). O problema de defeitos inversos resolve-se pela determinação da direção da corrente, não sendo necessária grande precisão na medida da impedância [20].

Pelo contrário, defeitos para lá do barramento final da linha requerem medições precisas para serem distinguidas dos defeitos anteriores. Assim, são estes defeitos que limitam a performance velocidade-alcance dos relés na zona-1.

A probabilidade de um defeito arbitrário para lá do barramento final ser erradamente considerado na zona-1 depende da topologia da rede com origem nesse barramento. A situação mais difícil acontece quando apenas uma linha segue desse barramento para a frente, o que corresponde a uma linha com terminação quase adaptada. Neste caso, a maior parte dos transitórios induzidos pelos defeitos na linha a jusante vão influenciar o relé, ao contrário do que acontece quando se tem muitas

linhas, em que apenas uma fração destes transitórios serão refletidos e influenciarão o relé [20].

Assumindo agora que a probabilidade do alcance do relé é uma função Gaussiana da distância do defeito, para um dado tempo de decisão e um limite de zona-1 de 80%, o relé irá perder metade dos defeitos para frente do limite da zona-1. Como regra, isto é inferior ao comprimento da linha, de tal modo que o relé irá perder muito mais que a metade dos defeitos para além do fim da linha. Dependendo da variância do erro, algum nível de segurança pode ser garantido com este limite. Para uma probabilidade de sobre-alcance total de 2%, com a topologia anterior (certamente pior que para o caso médio que tem mais linhas ligadas ao barramento de fim de linha), é permitida uma densidade probabilidade de cerca de 5% para o sobre-alcance de um defeito no barramento de fim de linha (Anexo E). Isto permite-nos focar, apenas, nas limitações de segurança para defeitos nesse ponto (Figura 3.8).

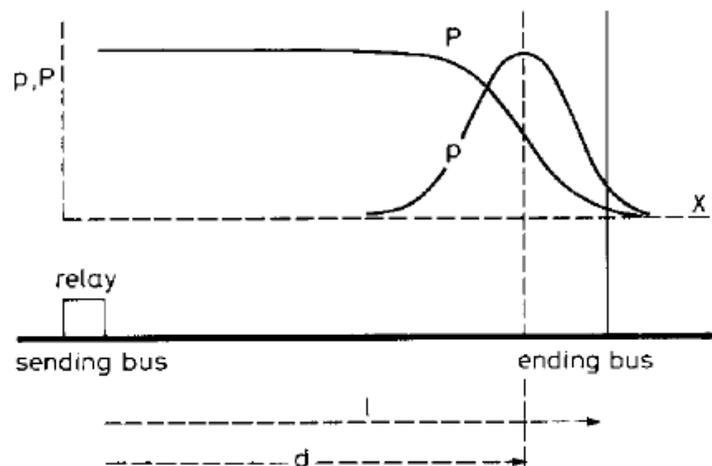


Figura 3.8 - Probabilidade de alcance para um limite $d=0.81$

Também é útil referir que um limite de 80% para a zona-1 é mais severo que os usuais 90% da América do Norte. Se for assumido que este último limite é suficiente para manter, apenas, a segurança requerida para erros dinâmicos, uma vez que no limite de 80%, a maior parte da margem considerada, se deve à necessidade de evitar os erros induzidos por transitórios eletromagnéticos (porque assumindo independência, $0.20^2 = 0.10^2 + 0.173^2$) [20].

A existência de um dado número de confirmações antes da decisão de operação também tem de ser contabilizada, para se especificar a probabilidade de sobre-alcance em cada decisão. Se k decisões sucessivas são requeridas antes de se fazer um corte, assumindo uma probabilidade independente p de erro para cada decisão, o erro aceitável para cada decisão é kp . De facto, esta independência é muito simplista uma vez que normalmente existe informação redundante, mas o que interessa neste caso, será apenas poder aceitar-se menos segurança em cada decisão, do que na decisão geral de corte. No entanto, um relé de muito alta velocidade deve disparar tão rápido quanto possível, daí se considerar uma probabilidade de sobre-alcance de 5% [20].

Para mostrar como a variância do erro da impedância, para defeitos perto do barramento de fim de linha, pode ser mapeada para a relação velocidade-alcance, considere-se primeiro que, se uma simples medida escalar for obtida para o erro da estimativa de impedância [6] [14], para um dado nível de confiança, então há uma região circular de erro no plano complexo centrada no verdadeiro valor de impedância no barramento de fim de linha. Esta região foi no princípio referida como um “disco” [1]. A probabilidade de sobre alcance é obtida integrando a densidade probabilidade bi-variente do erro na porção do plano complexo limitado pela característica de operação do relé (Figura 3.9).

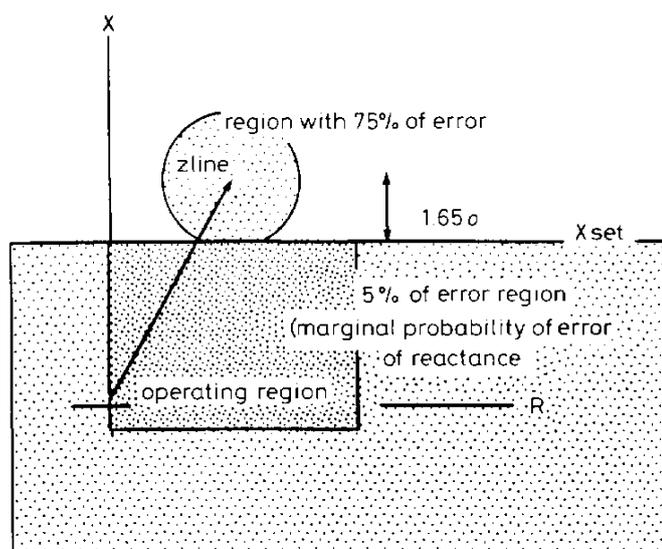


Figura 3.9 - Região circular do erro de defeito no barramento final, e região de probabilidade marginal de erro para $x < x$ definido

Para uma probabilidade de erro Gaussiana, este integral não é uma tarefa simples. No entanto, se se assumir uma característica retangular [1], e se a característica estiver limitada no nível superior por uma linha com reatância pura (Figura 3.9), a probabilidade de sobre alcance pode ser aproximada por uma simples integração da probabilidade bi-variente do erro na variável x , dessa linha para baixo, considerando que a maior parte dos erros vão estar concentrados perto do ponto de tangencia e portanto na característica de operação. Isto significa, simplesmente, tirar a probabilidade marginal do erro [20]. E adicionalmente, se as duas probabilidades de erro das componentes da impedância se assumirem iguais e não correlacionadas, é obtida uma simples e direta relação entre o alcance e a velocidade [6].

No entanto, como se viu, geralmente os erros de estimação que dizem respeito às componentes r e x são diferentes e correlacionados. Assim a extensão natural do disco de erro para representar o erro de uma estimativa de impedância é uma elipse de erro. Esta elipse também fornece um contorno de igual probabilidade da região de erro no plano complexo, mas tendo em conta com a estrutura real da matriz de covariância. Os semi-eixos desta elipse são os valores próprios desta matriz [13].

Agora, assumindo também uma característica retangular [1], a probabilidade marginal do erro da reatância é tudo o que se precisa (Figura 3.10). Como alternativa, se se considerar uma característica de operação MHO, ainda se pode aplicar um procedimento simples para integrar a probabilidade bi-variante do erro na região de operação, tendo a linha tangente à porção mais elevada da característica MHO como uma aproximação do seu contorno. É sabido que o eixo mais comprido da elipse é normalmente orientado similarmente ao vector de impedância da linha, uma probabilidade marginal escalar pode ainda ser calculada, mas agora para o maior valor próprio da matriz de variância do erro de impedância [20].

Para um nível de confiança de 5% de não sobre alcançar defeitos do barramento de fim de linha, os eixos da elipse devem ser multiplicados por 1,65. Desenhando as elipses no plano complexo (as elipses por si só contêm 75% da região de erro), é possível ter uma visualização simples, como na Figura 3.10. Qualquer semi-plano delimitado por uma tangente à elipse tem uma probabilidade de 5% de conter as estimativas de impedância.

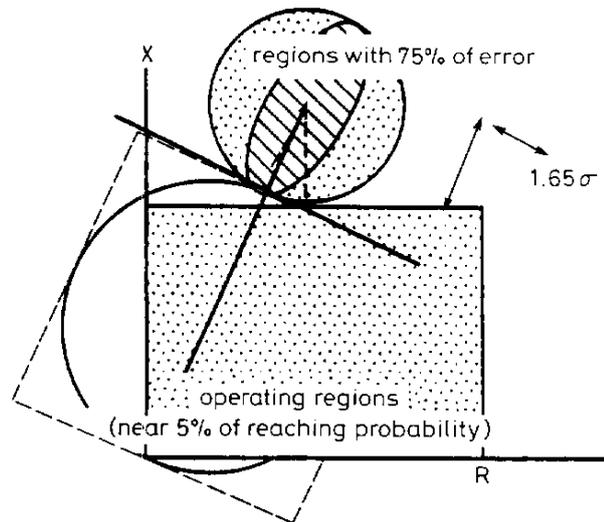


Figura 3.10 - Regiões elípticas e circulares de erro no barramento final, e regiões de probabilidade marginal do erro

Depois do surgimento de um defeito, e à medida que o tempo passa, a região de incerteza limitada pela elipse contrai-se, libertando mais e mais plano complexo para impedâncias de defeito para as quais um corte seguro pode ser feito, com confiança suficiente de não ser um sobre alcance.

4 Resultados

Para efeitos desta dissertação, apenas se vai analisar a variância final da impedância estimada. Assim, não se vão considerar os erros dos modelos (modelação perfeita) nem os desvios de enviesamento (componente continua DC), porque são de reduzida importância como foi demonstrado na referência [22].

Estes pressupostos levam a que as equações seguintes se simplifiquem. A equação [3.12] fica

$$\Delta H_k = 0 \quad \Delta \Phi_{k,k-1} = 0 \quad (4.1)$$

e esta simplificação conduz também a várias simplificações nas equações de análise de performance dos algoritmos. A equação de análise dos algoritmos lineares [3.15] torna-se em

$$V(\tilde{X})_k = A_k V_k A_k^T \quad (4.2)$$

e para a equação iterativa de análise do filtro de Kalman [3.17] resulta:

$$V(\tilde{X})_k = (I - K_k H_k^a) V(\tilde{X})_{k,k-1} (I - K_k H_k^a)^T + K_k V_k K_k^T - \{K_k R_k (I - K_k H_k^a)^T + [K_k R_k (I - K_k H_k^a)^T]^T\} \quad (4.3)$$

Para os algoritmos de Kalman, foi assumido um modelo exponencialmente decrescente de ruído branco para o cálculo dos ganhos.

Assumiu-se também que as variâncias dos erros das impedâncias estimadas correspondem a uma probabilidade Gaussiana e ainda os valores mais prováveis para as tensões e as correntes iniciais [19] para o cálculo dos jacobianos como se explica no subcapítulo [3.2.4].

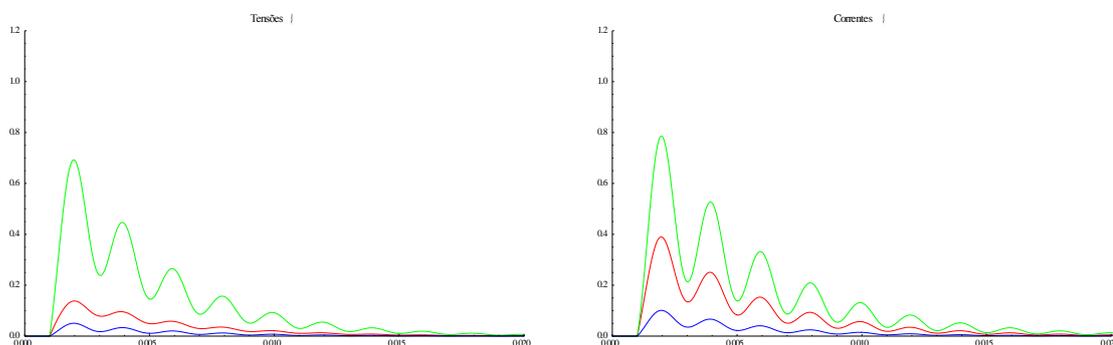


Figura 4.2 - Variâncias de 80 defeitos FF em pu para diferentes em linhas de 400kV longas

(a verde) Sem filtragem

(a vermelho) Filtro “anti-aliasing” (frequência de corte 400Hz)

(a azul) Sem filtragem

Os contornos obtidos foram calculados com um nível de confiança de 95% ou seja, multiplicando os eixos das elipses por 5,991.

Toda a análise foi desenvolvida com base no programa Mathematica, tendo-se começado por modelar as curvas de variância obtidas do *EMTP*, através das equações [3.10] e [3.11], de que resultaram os seguintes gráficos de variâncias para o defeito Fase-Fase, Figura 4.2 e defeito Fase-Terra, Figura 4.3.

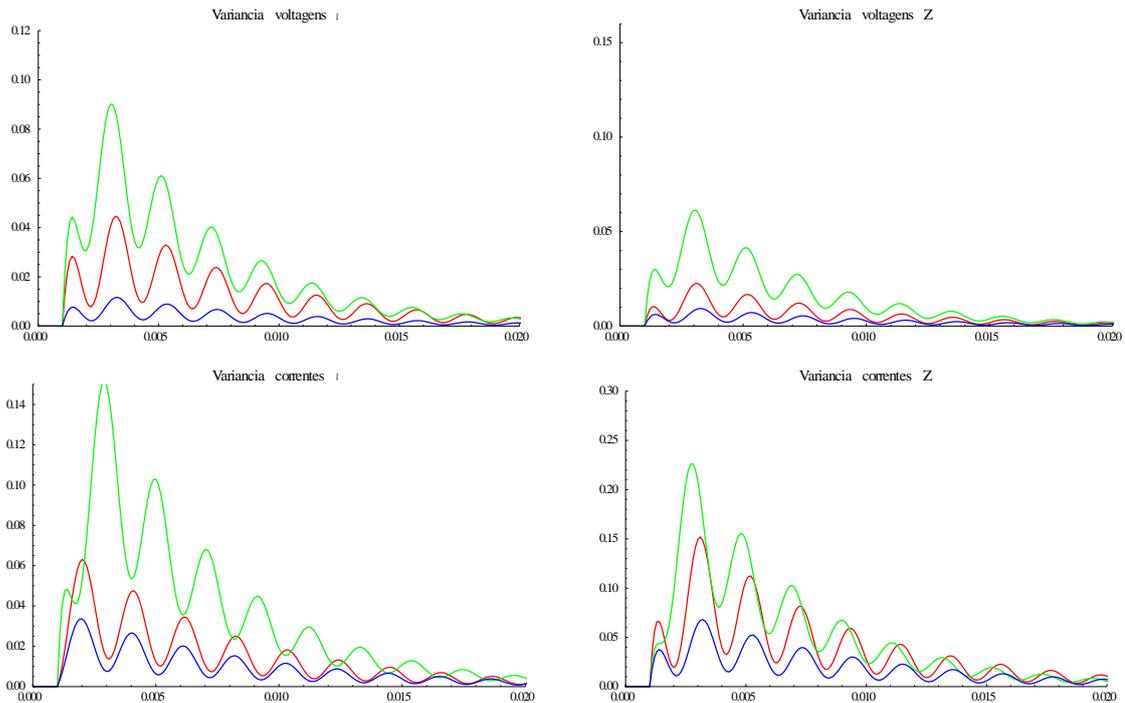


Figura 4.3 - Variâncias de 80 defeitos FT em pu para diferentes em linhas de 400kV longas

(a verde) Sem filtragem

(a vermelho) Filtro “anti-aliasing” (frequência de corte 400Hz)

(a azul) Sem filtragem

4.1 Performance dos Algoritmos Testados para Linhas de Comprimento Médio

Para ilustrar a diminuição do tamanho das elipses de variância de erro da estimativa da impedância, iniciou-se a análise com o caso de uma linha de comprimento de 150 *km*, ou seja um $SIR = 0,5$ (similar ao efetuado na referência [21]).

4.1.1 Filtros Lineares

Analisando o defeito FF, para a *DFT CI*, obteve-se,

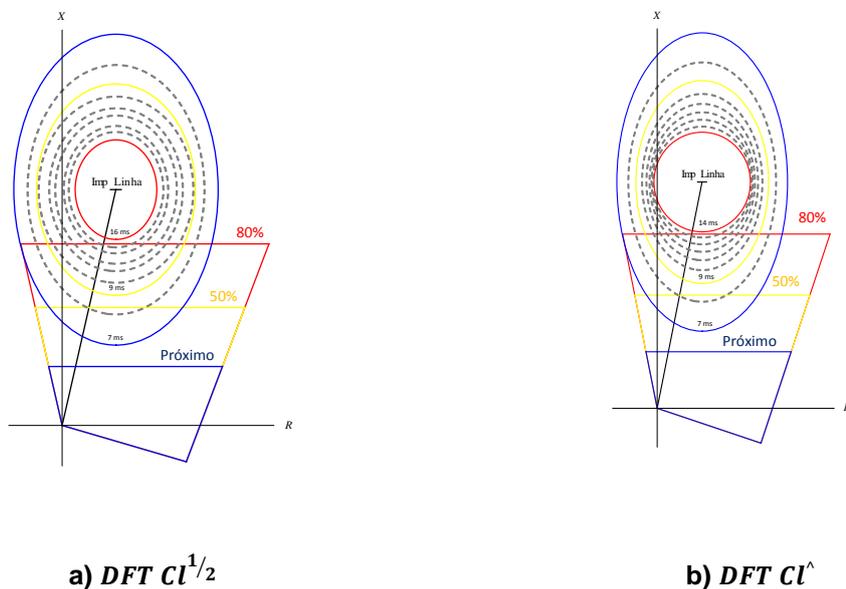


Figura 4.4 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para a DFT CI

e para a *DFT SC*, obteve-se,

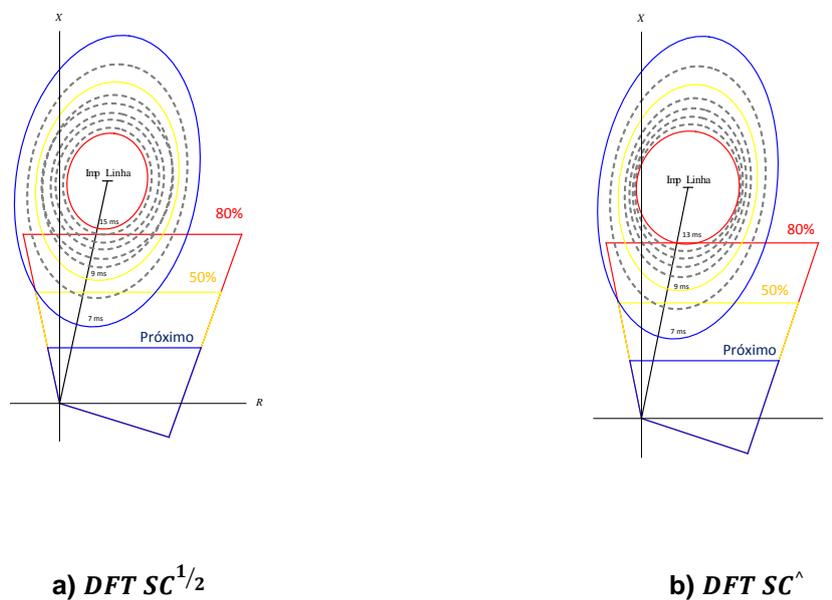


Figura 4.5 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para a DFT SC

Para o defeito FT, para a *DFT CI*, obteve-se,

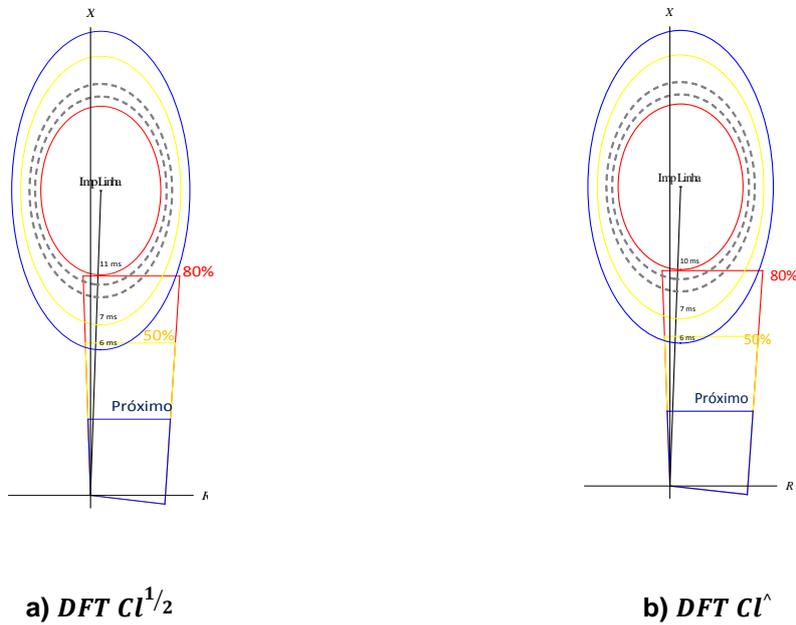


Figura 4.6 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para a *DFT CI*

e para a *DFT SC*, obteve-se,

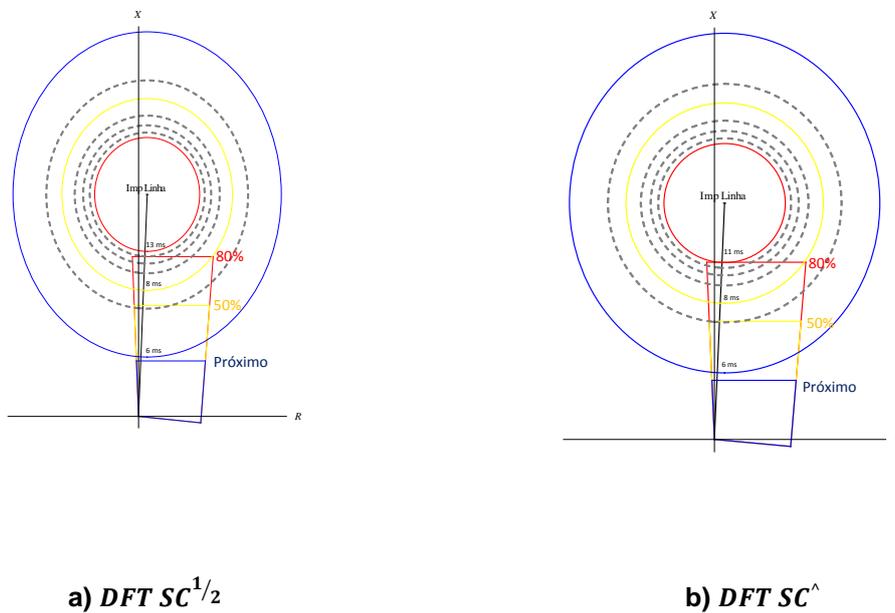
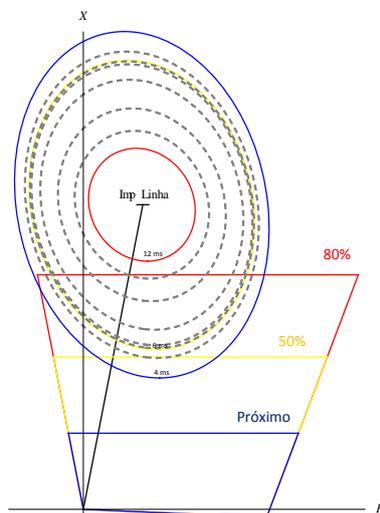


Figura 4.7 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para a *DFT SC*

4.1.2 Filtros de Kalman

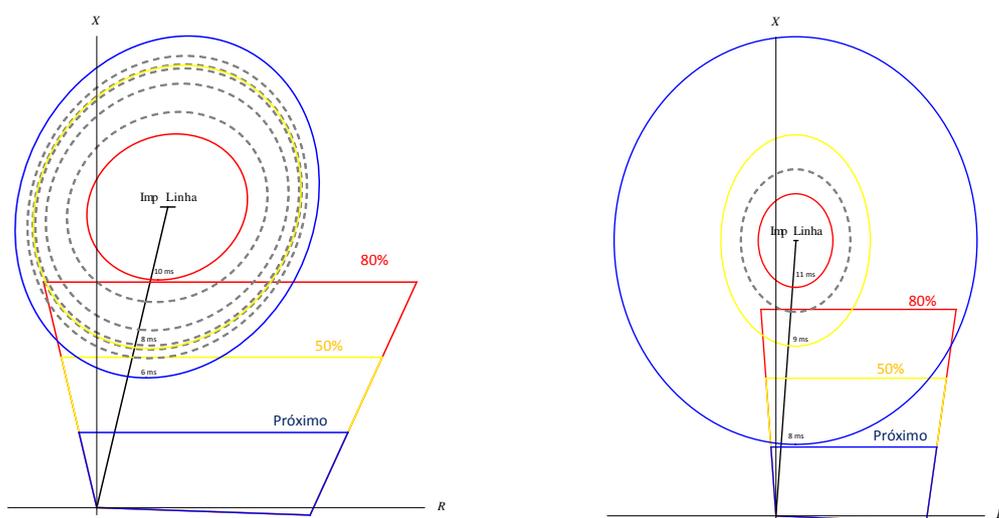
Analisando o defeito FF, para a $KF\ CI$, obteve-se,



a) $KF\ CI$

Figura 4.8 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final com $KF\ CI$

Para o $KF\ M$ obteve-se,

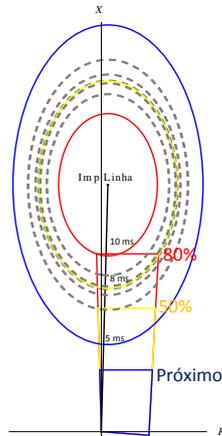


a) $KF\ M$

b) $KF\ M +$

Figura 4.9 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FF no barramento final para o $KF\ M$

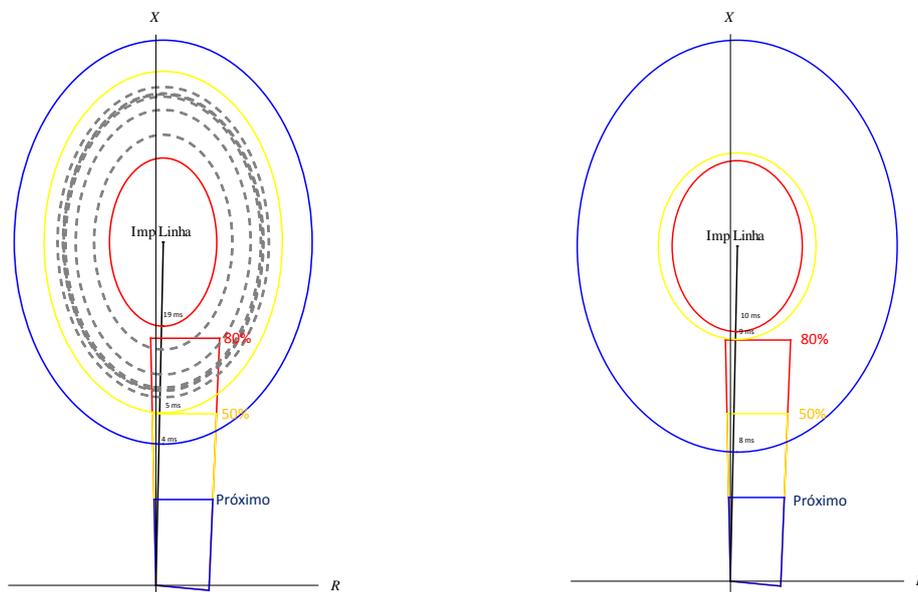
e para o defeito FT, para o KF_{CI} , obteve-se,



a) KF_{CI}

Figura 4.10 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final com KF_{CI}

Para o KF_M obteve-se,



a) KF_M

b) KF_{M+}

Figura 4.11 - Contornos de equiprobabilidade de 95% de erro das estimativas de impedância de um defeito FT no barramento final para o KF_M e KF_{M+}

Resumindo os resultados obtém-se para o defeito FF a Tabela 4.1.

	<i>DFT CI^{1/2}</i>	<i>DFT CI[^]</i>	<i>DFT SC^{1/2}</i>	<i>DFT SC[^]</i>	<i>KF</i>	<i>KM</i>	<i>KFM+</i>
<i>Próximo</i>	7	7	7	7	4	6	8
<i>Meio</i>	9	9	9	9	6	7	9
<i>A ≈ 80%</i>	16	14	15	13	12	10	11

Tabela 4.2 - Tempos de amostragem em *ms* para os algoritmos ilustrados em função da distância do defeito, assumindo modelação perfeita de sinal e um grau 95% de confiança de não sobre-alcançar um defeito FF no barramento final da linha.

e para o defeito FT, a Tabela 4.2.

	<i>DFT CI^{1/2}</i>	<i>DFT CI[^]</i>	<i>DFT SC^{1/2}</i>	<i>DFT SC[^]</i>	<i>KF</i>	<i>KFM</i>	<i>KFM+</i>
<i>Próximo</i>	6	6	6	6	5	4	8
<i>Meio</i>	7	7	7	7	8	5	9
<i>A ≈ 80%</i>	11	10	13	11	10	9	10

Tabela 4.3 - Tempos de amostragem em *ms* para os algoritmos ilustrados em função da distância do defeito, assumindo modelação perfeita de sinal e um grau 95% de confiança de não sobre-alcançar um defeito FT no barramento final da linha.

4.2 Evolução da Performance dos Algoritmos Testados com a Variação do Comprimento da Linha

Uma vez que se desconhece o que acontece com o ruído quando se varia o comprimento da linha, vão-se considerar duas hipóteses.

- A Hipótese 1 - o ruído mantém-se constante com o aumento do comprimento da linha, e o que varia é o SIR.
- A Hipótese 2 - o ruído amortece-se mais rapidamente com o aumento do comprimento da linha, e o SIR varia em simultâneo, como se exemplifica nas Figuras 4.12 e 4.13, para a variância das tensões β no defeito FF.

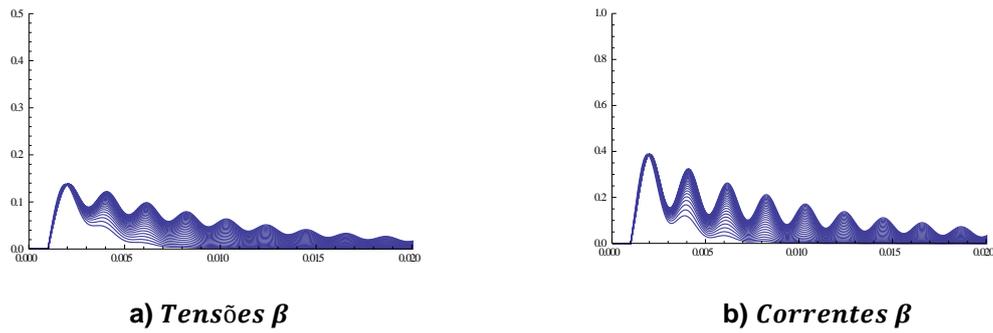


Figura 4.12 - Diminuição do amortecimento das variâncias das correntes e das tensões beta com o aumento do comprimento da linha

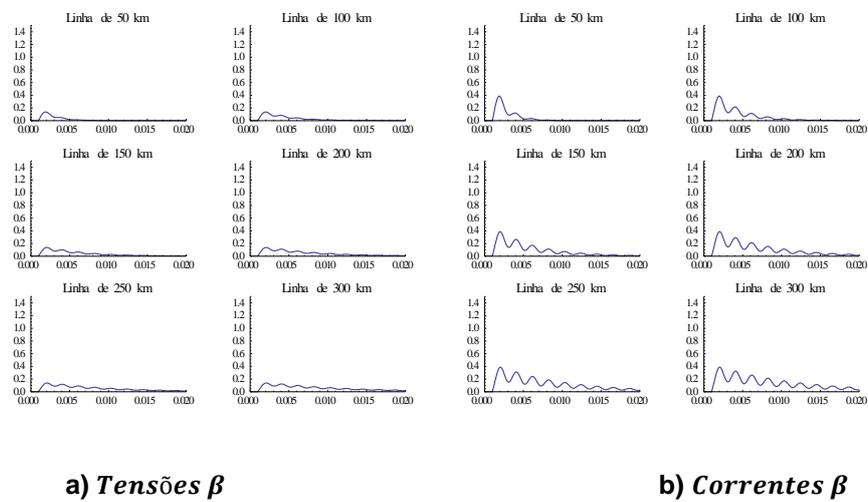


Figura 4.13 - Diminuição do amortecimento das variâncias das correntes e das tensões beta com o aumento do comprimento da linha

4.2.2 Hipótese 1

4.2.2.1 Filtros Lineares

Analisando o defeito FF, para a *DFT SC* e *DFT CI*, obteve-se,

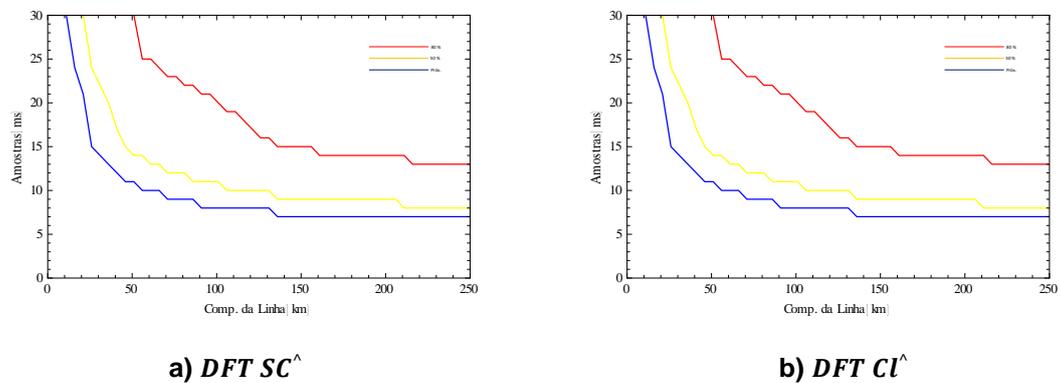
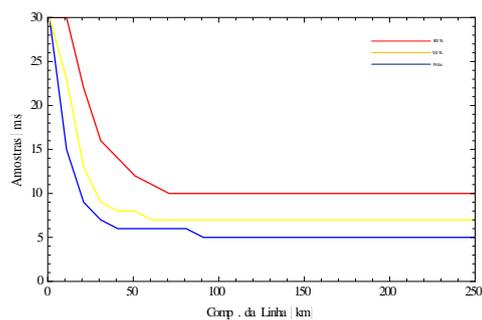
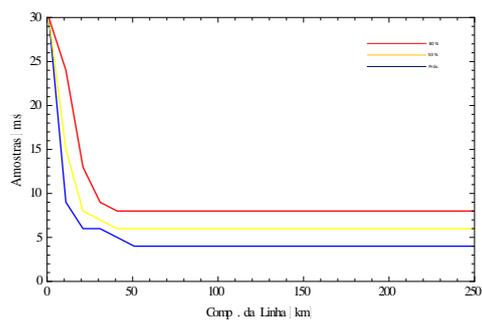


Figura 4.14 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC

E para o defeito FT,



a) $DFT SC^{\wedge}$

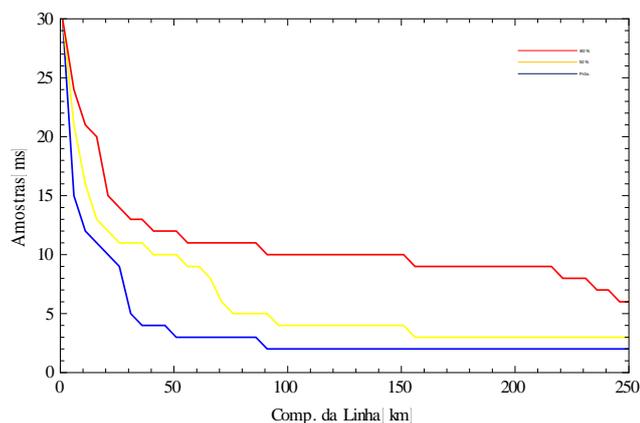


b) $DFT Cl^{\wedge}$

Figura 4.15 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos DFT Cl e DFT SC

4.2.2.2 Filtros de Kalman

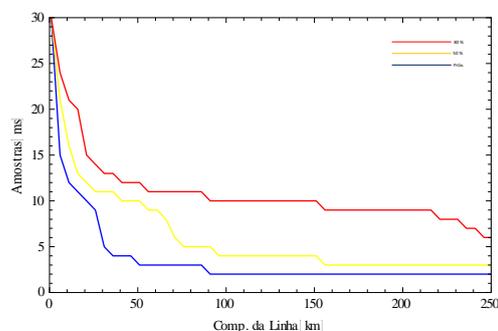
Analisando o defeito FF, para o $KF Cl$, obteve-se,



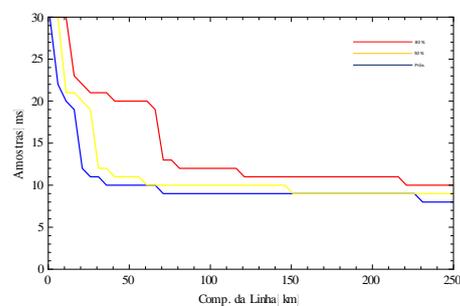
a) $KF Cl$

Figura 4.16 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com o algoritmo KF Cl

e para o $KF M$ obteve-se,



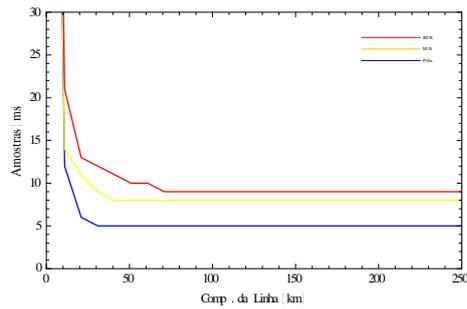
a) $KF M$



b) $KF M +$

Figura 4.17 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+

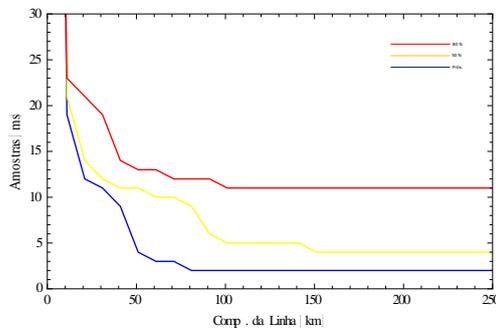
Analisando o defeito FT, para o *KF Cl*, obteve-se,



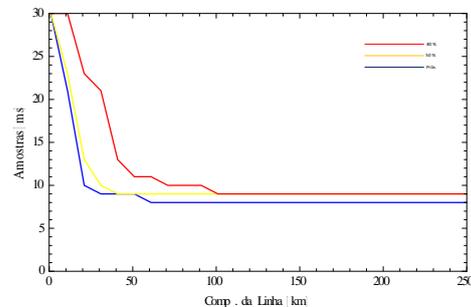
a) *KF Cl*

Figura 4.18 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com o algoritmo KF Cl

e para o *KF M* obteve-se,



a) *KF M*



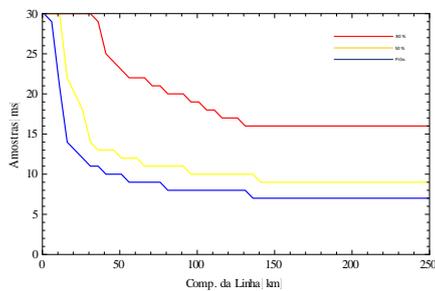
b) *KF M+*

Figura 4.19 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+

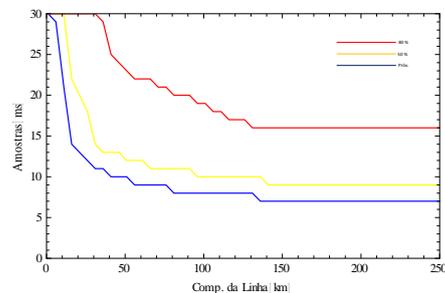
4.2.3 Hipótese 2

4.2.3.1 Filtros Lineares

Analisando o defeito FF, para a *DFT SC* e *DFT Cl*, obteve-se,



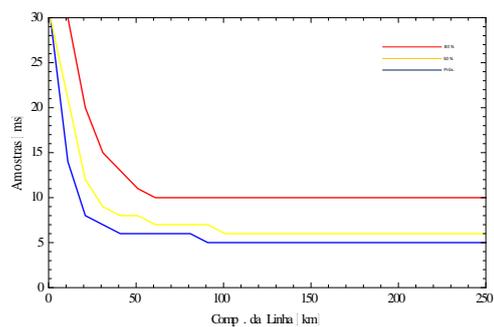
a) *DFT SC*[^]



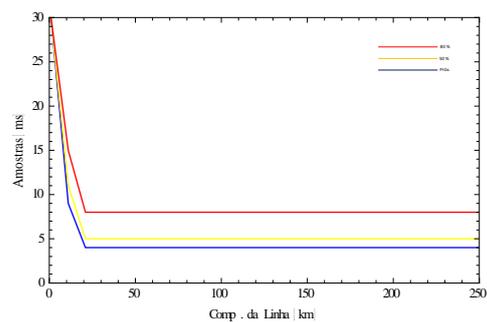
b) *DFT Cl*[^]

Figura 4.20 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos DFT Cl e DFT SC

E para o defeito FT,



a) $DFT SC^{\wedge}$

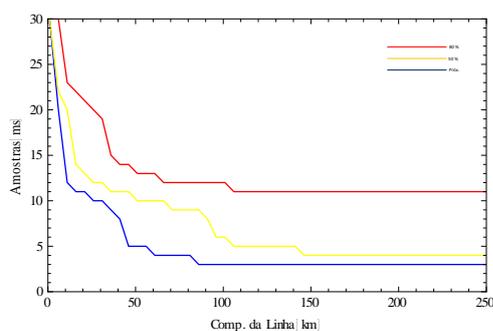


b) $DFT CI^{\wedge}$

Figura 4.21 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos DFT CI e DFT SC

4.2.3.2 Filtros de Kalman

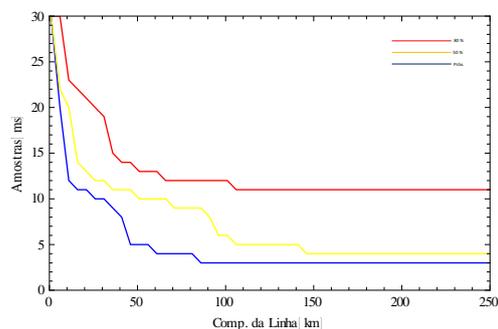
Analisando o defeito FF, para o $KF CI$, obteve-se,



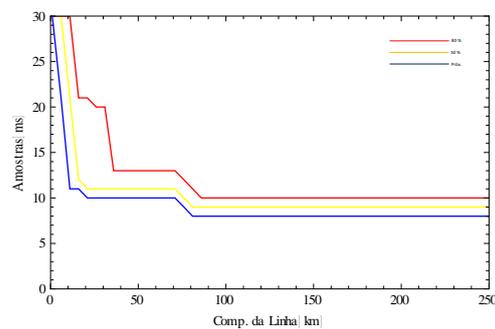
a) $KF CI$

Figura 4.22 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com o algoritmo KF CI

e para o $KF M$ obteve-se,



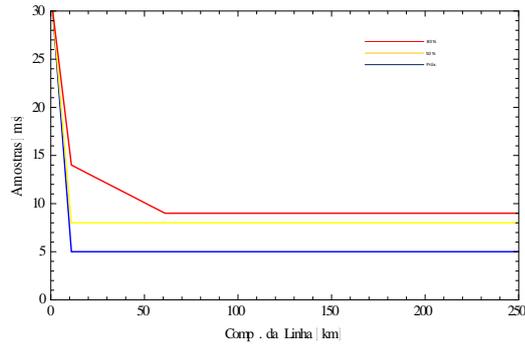
a) $KF M$



b) $KF M +$

Figura 4.23 - Evolução do número de amostras necessário com um FF no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+

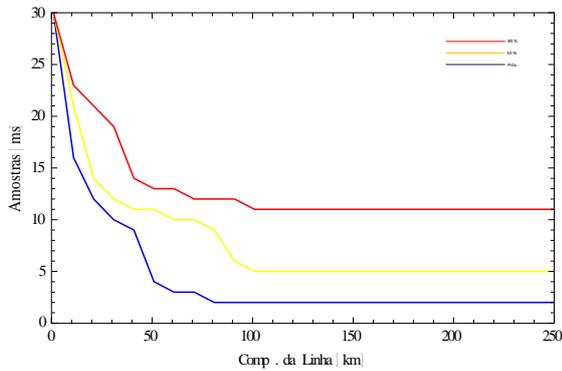
Analisando o defeito FT, para o $KF Cl$, obteve-se,



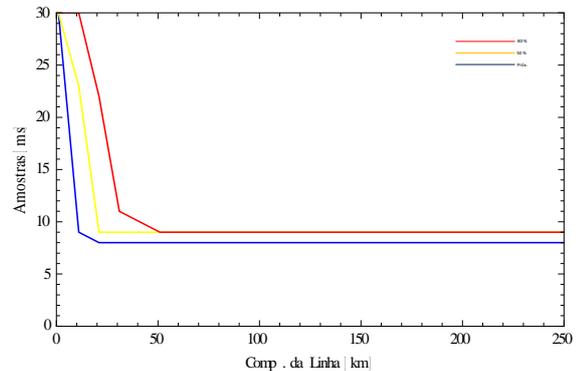
a) $KF Cl$

Figura 4.24 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com o algoritmo KF Cl

e para o $KF M$ obteve-se,



a) $KF M$



b) $KF M +$

Figura 4.25 - Evolução do número de amostras necessário com um FT no barramento final com os algoritmos KF M e KF M+

5 Conclusões

Este trabalho iniciou-se com a apresentação dos subsistemas de uma proteção de distância, incluindo a rede de onde foram obtidos as variâncias de erro, os estimadores dos fasores (DFT [14] e filtro de Kalman [27]) e as várias expressões possíveis para estimar a impedância de defeito.

De seguida apresentaram-se duas abordagens para a análise estocástica da performance de relés de distância de alta velocidade. Uma, de A. G. Phadke [6], feita no domínio da frequência e a outra, de J. L. P. Sá [20], resultado de uma abstração teórica para aplicar a Teoria filtragem de sinais no domínio do tempo à análise estocástica de relés de muito alta velocidade. Nesta abstracção, mais elaborada, foram apresentadas as expressões completas para o desvio e variância do erro das estimativas de fasores produzidas quer por filtros lineares quer de Kalman, incluindo o efeito de observação de ruído colorido [20]. Por fim foram ainda apresentados os jacobianos resultantes da linearização das equações de cálculo da impedância de defeito [13], descritos na referência [20] em função das variáveis das equações de cálculo da impedância, desenvolvidos nesta tese em função do fator SIR.

Por último foram feitas duas análises estocásticas no domínio do tempo, implementando a abordagem de J. L. P. Sá no programa Mathematica, uma para o caso de uma linha de comprimento médio [21], e depois para a evolução das performances dos algoritmos com a variação do fator SIR, com duas hipóteses para o amortecimento das variâncias.

Os resultados da análise estocástica, permitiram tirar conclusões em diferentes domínios:

- **Comparação entre as abordagens de A.G. Phadke [6] e J. L. P. Sá [20,21]**

Como apresentado no ponto 3.1 desta dissertação, a abordagem utilizada por A.G. Phake considera o erro como uma medida escalar e igual para ambas as componentes da impedância, para apenas um esquema de cálculo e para estimadores lineares (demonstrando que um filtro de Kalman é igual a um estimador linear DFT, quando este não tem informação inicial [14]).

No entanto as simulações, da abordagem de J. L. P. Sá [20,21], mostraram resultados mais apurados. Com esta abordagem, foi possível observar as diferenças que os vários esquemas, estimadores, tamanhos de janelas e pré-filtros têm, que não são desprezáveis.

- **Comparação os Estimadores Lineares e os Filtros de Kalman**

Das análises efetuadas conclui-se que os algoritmos, com janelas crescentes, exibem um comportamento similar, com uma clara vantagem para os Filtros de Kalman em relação à DFT para tempos de decisão de cerca de meio ciclo.

- **Tempos mínimos**

A análise estocástica revelou que os tempos de decisão para os relés de distância não piloto que protejam uma linha de comprimento médio dificilmente podem ser inferiores a meio-ciclo, se se pretender ter a segurança de que não se sobre-alcançam defeitos no barramento de fim de linha.

- **Tamanhos da janela de amostragem/ Tempos mínimos**

Da apresentação feita, os algoritmos com janelas crescentes apresentam melhores performances que os algoritmos com janelas de meio ciclo. Embora fosse mais intuitivo pensar que uma janela mais pequena fosse melhor, porque deixa de ver o ruído inicial, que é maior, este efeito é agravado pelo facto da matriz de transformação A (equação [2.26]) de uma janela de meio ciclo ser pior condicionada que a matriz de janelas com mais amostras, levando a uma região elíptica maior.

Por isso, mesmo que se utilize uma janela meio ciclo numa aplicação real de proteção de distância, é aconselhável ter um sistema que aguarde alguns *ms* de estimação após a deteção, para ter uma decisão fiável.

- **Variação dos tempos de decisão com o comprimento da Linha**

Com a variação do comprimento da linha através da relação SIR, observou-se uma maior exigência no tempo de decisão para linhas mais curtas do que para linhas maiores, algo que confirma as práticas atuais na indústria de proteções. Mas, em comparação, os tempos agravam-se muito mais depressa nos algoritmos DFT que nos filtros de Kalman.

- **Comparação entre as hipóteses tomadas sobre o ruído**

Para as duas hipóteses formuladas sobre o ruído, a primeira em que o ruído se mantém igual com a variação do comprimento da linha e a segunda em que o ruído amortece mais rapidamente para linha curtas (resultado da mais rápida extinção do somatório de ondas em deslocamento numa linha mais curta, que representa melhor a realidade), constatou-se uma redução nos tempos de decisão em relação à primeira hipótese, mais evidente nos algoritmos de DFT, que vem confirmar os considerandos da indústria de proteções de distância.

- **Implementação num relé**

Como foi explicado nos pontos anteriores não existe grande diferença no desempenho entre os filtros de Kalman e os filtros lineares, mas estes últimos estão em vantagem quer em termos de implementação em software quer em termos de implementação em hardware.

6 Referências Bibliográficas

- [1] PHADKE, A.G., HILBKA, T., e IBRAHM, M.: 'A digital computer system for EHV substations: analysis and field tests', IEEE Trans, 1976, PAS-95, (1), pp. 291-301
- [2] WIZNIEWSKI, A.: 'Digital high speed calculation of the distorted signal fundamental component', IEE proc. C, 1990, 137, (2), pp.19-24
- [3] GIRGIS, A.A., e BROWN, R.G.: 'Applications of Kalman filtering in computer relaying', IEEE Trans., 1981, PAS-100, (7), pp. 3387-3397
- [4] PINTO DE SÁ, J.L.: 'Modal Kalman filtering based impedance relaying', IEEE Trans., 1991, PWRD-6, (1), pp.76-83
- [5] PINTO DE SÁ, J.L.: 'A new Kalman filter approach to digital relaying', IEEE Trans, 1992, PWRD-7, (3), pp. 1652-1660
- [6] THORP, J.S., PHADKE, A.G., HOROWITZ, S.H., and BEELHER, J.E.: 'Limits of impedance relaying', IEEE Trans., 1979, PAS-98, (1), pp. 246-260
- [7] ALEGRIA, C.A., MALIK, O.P., e COST, P.: 'Performance comparison of Fourier and Kalman filter techniques for line impedance calculation'. In: 'Proceedings of third international conference on DPSP' (IEE conf. Publ. 249, UK, 1985). Pp. 165-169
- [8] GILBERT, J.G., UDREN, E.A., e SACKIN, M.: 'The development and selection of algorithms for relaying of transmission lines by digital computer', in RUSSEL, D., and COUNCIL, M.: 'Power' system control and protection' (Academic Press Inc., 1978), pp. 83-126
- [9] THORP, J.S.: 'Foundations of relaying algorithms', in SACHDEV, M.S. (Ed.): 'Microprocessor relays and protection systems' (IEEE Tutorial Course 88 EH0269-1 PWR, USA, 1988), pp. 17-30
- [10] GIRGIS, A.A., e BROWN, R.G.: 'Modeling of fault-induced noise signals for computer relaying parameters', IEEE Trans., 1983, PAS-102, (9), pp. 2834-2841
- [11] PINTO DE SÁ, J.L.: 'The stochastic modeling of fault-induced transients', IEEE Trans., 1992, PWRD-7, (3), pp. 1156-1166
- [12] BENMOUYAL, G.: 'Frequency-domain characterization of Kalman filters as applied to power system protection', IEEE Trans., 1992, PWRD-7, (3), pp. 1129-1138

- [13] SEXTON, E.R., e CREVER, D.: 'A linearization method for determining the effect of loads, shunts and system uncertainties on line protection with protection relays', IEEE Trans., 1981, PAS-100, (11), pp. 4434-4441
- [14] PHADKE, A.G., and THORP, J.S.: 'Computer relaying for power systems' (John Wiley & Sons, NY, USA, 1988)
- [15] AOKI, M.: 'State space modeling of time series' (Springer-Verlag, Germany, 1987)
- [16] BRIAN, D.O., ANDERSON, and MOORE, J.B.: 'Optimal filtering' (Prentice-Hall, Inc, USA, 1979)
- [17] GELB, A.: 'Applied optimal estimation' (MIT Press, USA, 1988), 10th ed., pp. 250-264
- [18] JAZWINSKI, A.H.: 'Stochastic processes and filtering theory' (Academic Press, NY, USA, 1970), pp. 244-251
- [19] VAN WARRINGTON, A.R.: 'Protective relays, their theory and practice' (Chapman and Hall Ltd., London, 1974), Vol. 1
- [20] PINTO DE SÁ, J.L.: 'Time domain stochastic analysis of very high speed relays, Part 1: Theory'. IEE Trans., 1994, PWRD-141, (3), pp. 161-168
- [21] PINTO DE SÁ, J.L.: 'Time domain stochastic analysis of very high speed relays, Part 2: Illustrations'. IEE Trans., 1994, PWRD-141, (3), pp. 169-176
- [22] CARR, J., e JACKSON, R.V.: 'Frequency domain analysis applied to digital transmission line protection'. IEEE Trans., 1975, PWRD-94, pp. 1157-1166
- [23] GIRGIS, A.A., e HART, D.G.: 'Implementation of Kalman filtering and adaptive Kalman filtering algorithms for digital distance protection on a vector signal processor'. IEEE Trans., 1989, PWRD-4, pp. 141-156
- [24] ASHER, R.B., HERRING, K.D. e RYLES, J.C.: 'Bias, variance and estimation error in reduced order filters'. Automatica, 1976, 12, pp. 589-600
- [25] DELGADO, M.: 'Proteção das Redes eléctricas de distribuição transporte e interligação'. (Publindústria, Porto, Portugal)
- [26] PHADKE, A.G., HILBKA, T., e IBRAHM, M.: 'Fundamental basis for distance relaying with symmetrical components', IEEE Trans, 1976, PAS-96, (2), pp. 635-646

- [27] KALMAN, R.E.: 'A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems', ASME Trans, 1960, 82, 35-45
- [28] PAIVA, J.S.: 'Fundamentos de Redes de Energia Eléctrica', (IST Press)

7 ANEXO A - Matrizes de Transformação

Matrizes normalizadas de transformação das componentes

- **Fortescue** \leftrightarrow **Clássicas** (+ - 0 \leftrightarrow abc)

$$\begin{bmatrix} G_+ \\ G_- \\ G_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_+ \\ G_- \\ G_0 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

- **Clarke** \leftrightarrow **Fortescue** ($\alpha \beta 0 \leftrightarrow + - 0$)

$$\begin{bmatrix} G_0 \\ G_\alpha \\ G_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_+ \\ G_- \\ G_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -j \\ 0 & 1 & j \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_\alpha \\ G_\beta \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

- **Clarke** \leftrightarrow **Clássicas** ($\alpha \beta 0 \leftrightarrow a b c$)

$$\begin{bmatrix} G_0 \\ G_\alpha \\ G_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 2 & 0 \\ \sqrt{2} & -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{2} & -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_\alpha \\ G_\beta \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

8 ANEXO B - Método de Linearização para determinar o efeito de Cargas, Defeitos e Incertezas

Este método foi introduzido por **E. R. Sexton e D. Crevier** [13]. Consiste na linearização das equações de cálculo da impedância, permitindo o estudo da sensibilidade da impedância estimada pelo relé a fontes individuais de erro, permitindo o escalonamento das fontes de erro por ordem de importância.

A impedância aparente, vista pelo relé, é representada por

$$Z_{app} = \begin{bmatrix} R_{app} \\ X_{app} \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

Esta impedância é uma função das tensões e correntes vistas pelo relé, que são elas próprias funções dos parâmetros da rede como a valores diretos, inversos e homopolares das linhas, cargas, etc ... Sendo x um vector das variáveis da rede e f uma função que relaciona o vector Z_{app} com x , então

$$Z_{app} = f(x) \quad (8.2)$$

O objetivo é estabelecer a sensibilidade dos elementos individuais de Z_{app} em relação aos elementos de x , e obter um densidade de probabilidade para Z_{app} das densidade disponíveis de x , caracterizadas por um valor médio \bar{x} e uma matriz de covariância V_x .

A função f é não linear e tem de ser simplificada de modo a ser possível remover a informação descrita anteriormente de uma forma computacional. Isto pode ser feito linearizando f em torno de um ponto x_0 . A escolha mais lógica para x_0 é o valor esperado de x .

$f(x)$, é aproximadamente dada por

$$f(x) = f(\bar{x}) + A(x - \bar{x}) \quad (8.3)$$

e em que a matriz de sensibilidade A é dada por

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{app}}{\partial x_1} & \frac{\partial R_{app}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial R_{app}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial X_{app}}{\partial x_1} & \frac{\partial X_{app}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial X_{app}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

O valor esperado de Z_{app} pode-se então calcular como

$$\begin{aligned} E(Z_{app}) &= E[f(x)] \\ E(Z_{app}) &= E[f(\bar{x})] + AE[x - \bar{x}] = \bar{Z}_{app} \end{aligned} \quad (8.5)$$

A matriz de covariância de Z_{app} é dada por

$$V_Z = E \left[(Z_{app} - \bar{Z}_{app})(Z_{app} - \bar{Z}_{app})^T \right] \quad (8.6)$$

e pode ser aproximada usando [8.3] e [8.4] para dar

$$\begin{aligned} V_Z &= E \left[A(Z_{app} - \bar{Z}_{app})(Z_{app} - \bar{Z}_{app})^T A^T \right] \\ &= A V_x A^T \end{aligned} \quad (8.7)$$

Com este resultado podem obter-se os contornos de equiprobabilidade como se vai mostrar a seguir.

Equação de contorno

Se for assumido que a densidade de probabilidade de x é Gaussiana e que a equação [8.3] é linear, então a função de probabilidade de Z_{app} também é Gaussiana e pode-se mostrar que as curvas de equiprobabilidade são elipses. É importante notar que, mesmo que as funções de densidade de probabilidade assumidas individuais de x_i não sejam todas Gaussianas, a função de densidade de probabilidade de Z_{app} , vai em virtude do Teorema do Limite Central, tender para uma forma normal, porque Z_{app} é função de um grande número de variáveis.

A função de densidade conjunta de uma multivariável é dada por

$$p(z) = \frac{1}{[(2\pi)^n |V_z|]^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(z-\bar{z})^T V_z^{-1} (z-\bar{z})} \quad (8.8)$$

onde n é a dimensão de z , e \bar{z} é o valor médio de z .

Um contorno de probabilidade constante é dado pela seguinte equação [8.9], que é a equação de uma elipse.

$$(z - \bar{z})^T V_z^{-1} (z - \bar{z}) = c^2 \quad (8.9)$$

A probabilidade de obter a impedância z dentro da elipse é uma distribuição Qui-Quadrado, dada por

$$p(c) = p(\chi_n^2 < c) \quad (8.10)$$

onde

$$\chi_n^2 = (z - \bar{z})^T V_z^{-1} (z - \bar{z}) \quad (8.11)$$

Para $n = 2$, as probabilidades desejadas estão associadas com os seguintes valores de c

$p(c)$	c
.1	0.02
.5	1.39
.9	4.61
.95	5.99

Tabela 8.1 - Distribuição Qui-Quadrado para $n = 2$

Eixos da elipse

A equação do contorno de equiprobabilidade pode ser escrita como,

$$(z - \bar{z})^T \bar{V}_z^{-1} (z - \bar{z}) = 1 \quad (8.12)$$

onde $\bar{V}_z^{-1} = c^2 V_z^{-1}$.

Os eixos da elipse são dados pelas raízes quadradas dos valores próprios de \bar{V}_z^{-1} . Os valores próprios calculam-se através do determinante de $(\lambda I - \bar{V}_z)$

$$\begin{vmatrix} \lambda - \bar{\sigma}_{11} & \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{\sigma}_{12} & \lambda - \bar{\sigma}_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (8.13)$$

Ângulo da elipse

Se λ é um valor próprio de V_z , existe um vetor x ,

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} - \lambda_1 & -\bar{\sigma}_{12} \\ \bar{\sigma}_{12} & \bar{\sigma}_{22} - \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (8.14)$$

Resolvendo esta equação, encontra-se,

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} &= \tan(\theta) = \frac{\lambda_1 - \bar{\sigma}_{11}}{\bar{\sigma}_{12}} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{\lambda_1 - c^2 \sigma_{11}}{c^2 \sigma_{12}} \end{aligned} \quad (8.15)$$

onde θ é o ângulo associado com um dado valor próprio como mostrado na Figura 8.2.

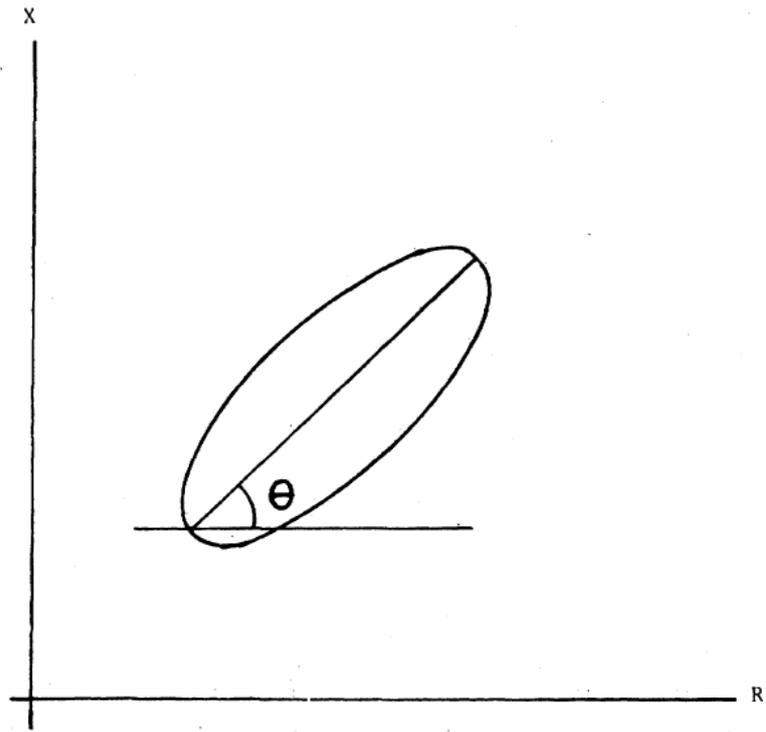


Figura 8.2 - Contorno de equiprobabilidade de Zapp

9 ANEXO C - Desenvolvimento das expressões do erro para filtros lineares com sinal e modelação de sistema imperfeitos

Usando o desenvolvimento de 1994 de **J. L. P. Sá** [20] para ajudar na compreensão das expressões utilizadas, considere-se uma sequência Z_k de m amostras z_j de $k - m + 1 > 0$ ao instante k . é

$$Z_k = B_k X_{k-m} + [v_k] \quad (9.1)$$

ou

$$\begin{bmatrix} Z_{k-m+1} \\ \vdots \\ Z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^{k-m+1} \phi_{11}^{k-m+1, k-m} & \dots & h_n^{k-m+1} \phi_{nn}^{k-m+1, k-m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1^k \phi_{11}^{k, k-m} & \dots & h_n^k \phi_{nn}^{k, k-m} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1^{k-1} \\ \vdots \\ X_n^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{k-m+1} \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

onde os elementos de B_k são das equações [2.1] a [2.6] como se segue

$$H_k = [h_1^k \quad \dots \quad h_n^k] \quad (9.3)$$

$$\phi_{k, k-m} = \text{diag}(\dots \phi_{ii}^{k, k-m} \dots)$$

de tal modo que $z_k = H_k X_k + v_k$ e $X_k = \phi_{k, k-1} X_{k-1} = \phi_{k, k-m} X_{k-m}$. É assumida a inexistência de ruído aleatório do sistema w_k .

Assumindo uma estimação linear como na equação [2.26], o erro de cada estimativa é

$$\begin{aligned} \tilde{X}_k &= X_{k-m} - \hat{X}_{k-m} \\ &= (I - A_k B_k) X_{k-m} - A_k [v_k] \end{aligned} \quad (9.4)$$

Sendo o erro quadrático médio resultante dado por

$$\begin{aligned} E(\tilde{X}_{k-m} \tilde{X}_{k-m}^T) &= V(\tilde{X})_k \\ &= A_k V_k A_k^T + [I - A_k B_k] V(X)_{k-m} \times [I - A_k B_k]^T \end{aligned} \quad (9.5)$$

Este erro é reduzido ao primeiro termo e não tem desvio se

$$A_k = (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T \Rightarrow V(\tilde{X})_k = A_k V_k A_k^T \quad (9.6)$$

$V(\tilde{X})_k$ irá também ter um traço mínimo se

$$A_k = (B_k^T V_k^{-1} B_k)^{-1} B_k^T V_k^{-1} \Rightarrow V(\tilde{X})_k = (B_k^T V_k^{-1} B_k)^{-1} \quad (9.7)$$

Filtros lineares são normalmente aplicados a relés de proteções, se for assumido que o ruído é branco e estacionário ($V_k = \sigma^2 I$) e também porque a inversão de um V_k não é uma tarefa fácil. Assumindo isto, resulta a equação [9.6], se também se assumir que $\phi_{k,k-m}$ é invariante, A_k também irá ser invariável e resultará num algoritmo clássico [1].

No entanto, se B não servir nos modelos de observação verdadeira e de transição de estado, o último termo à direita da equação [9.5] não é completamente eliminado e as equações [3.15] e [3.16], resultam de manipulação algébrica simples, com

$$\Delta H_k F_k = \begin{bmatrix} \Delta h_1^{k-m+1} \phi_{11}^{k-m+1,k-m} & \dots & \Delta h_n^{k-m+1} \phi_{nn}^{k-m+1,k-m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1^k \phi_{11}^{k,k-m} & \dots & \phi_{nn}^{k,k-m} \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

E similarmente para $H_k^a \Delta F_k$.

10 ANEXO D - Desenvolvimento das expressões de erro para o filtro de Kalman com modelação de sinal imperfeito e ruído

Considerando um filtro de Kalman [27], feito de acordo com a equação [2.7] e considerando novamente o desenvolvimento de **J. L. P. Sá** [20], considere-se que z_k é uma observação como na equação [2.2], a sua $k^{\text{ésima}}$ estimativa é

$$\hat{X}_k = [I - K_k H_k^a] \Phi_{k,k-1}^a \hat{X}_{k-1} + K_k z_k \quad (10.1)$$

o erro nesta $k^{\text{ésima}}$ estimativa é obtido através de substituições simples

$$\begin{aligned} \tilde{X}_k &= X_k - \hat{X}_k \\ &= (I - K_k H_k^a) (\Phi_{k,k-1}^a \tilde{X}_{k-1} + \Delta \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + w_k) \\ &\quad - K_k (\Delta H_k X_k + a_{k,k-1} v_{k-1} + \xi_k) \end{aligned} \quad (10.2)$$

Tirando o valor médio da equação [10.2] com valores médios iniciais não nulos nas variáveis de estado, obtém-se a equação [3.18]. A equação [3.17] também se obtém da equação [10.2] através do desenvolvimento algébrico de:

$$V(\tilde{X})_{k,k} = E(\tilde{X}_k \tilde{X}_k^T) \quad (10.3)$$

com covariâncias nulas entre o ruído e estados iniciais. Um conjunto adicional de equações [10.4] a [10.8] completam a equação [3.17].

$$V(X)_k = \Phi_{k,k-1} V(X)_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + V_{w_k} \quad (10.4)$$

$$\begin{aligned} C(\tilde{X}_k, X_k) &= (I - K_k H_k^a) [\Phi_{k,k-1}^a C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) \Phi_{k,k-1}^T \\ &\quad + \Delta \Phi_{k,k-1} V(X)_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + V_{w_k}] - K_k \Delta H_k V(X)_k \end{aligned} \quad (10.5)$$

$$C(\tilde{X}_k, v_k) = (I - K_k H_k^a) \Phi_{k,k-1} \times C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) a_{k,k-1}^T - K_k V_k \quad (10.6)$$

$$\begin{aligned} R_k &= \Delta H_k \Phi_{k,k-1} \times [\Phi_{k,k-1}^a C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) + \Delta \Phi_{k,k-1} V(X)_{k-1}]^T \\ &\quad + a_{k,k-1} C(\tilde{X}_{k-1}, v_{k-1}) \Phi_{k,k-1}^{aT} \end{aligned} \quad (10.7)$$

$$\begin{aligned} V(\tilde{X})_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1}^a V(\tilde{X})_{k-1} \Phi_{k,k-1}^{aT} + \Delta \Phi_{k,k-1} V(X)_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + V_{wh} \\ &\quad + \Phi_{k,k-1}^a C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) \Delta \Phi_{k,k-1}^T \\ &\quad + [\Phi_{k,k-1}^a C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) \Delta \Phi_{k,k-1}^T]^T \end{aligned} \quad (10.8)$$

O modelo errático da relação de transição Φ afeta o erro quadrático médio "a priori" de cada estimativa k (equação [10.8]), enquanto os últimos termos da equação [3.17] expressam os efeitos de R_k . Este resulta de ambos, modelo de espaço de estado errático e do facto de o ruído ser colorido e

ser assumido que é branco. As correlações entre o erro de estimação e entre os próprios estados (equação [10.5]) ou o erro de observação (equação [10.6]) só existem por causa da má modelação [20].

Estas equações mais a equação [3.17] podem facilmente ser verificadas reparando que, se suprimir a cor no ruído de observação ($a_{k,k-1} = 0$), se alcançam as equações da referência [18], enquanto que, se apenas se considerar essa cor com um modelo errático, as equações da referência [16, pp. 296-300] podem ser alcançadas, se a expressão Ξ_k aqui ($\Xi_k = C(\tilde{X}_{k-1}, v_{k-1})$) for substituída pela equação [10.6]. Para $a_{k,k-1} = 0$, a equação [10.6] é inútil e a equação [10.7] reduz-se a

$$R_k = \Delta H_k \Phi_{k,k-1} \times [\Phi_{k,k-1}^a C(\tilde{X}_{k-1}, X_{k-1}) + \Delta \Phi_{k,k-1} V(X)_{k-1}]^T \quad (10.9)$$

Por outro lado, considerando $a_{k,k-1} \neq 0$, $\Delta H_k = 0$ e $\Delta \Phi_{k,k-1} = 0$, as equações [10.4] e [10.5] são inúteis e as equações [10.7] e [10.8] reduzem-se a

$$R_k = a_{k,k-1} C(\tilde{X}_{k-1}, v_{k-1}) \Phi_{k,k-1}^{a^T} \quad (10.10)$$

$$V(\tilde{X})_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1}^a V(\tilde{X})_{k-1} \Phi_{k,k-1}^{a^T} + V_{wk} \quad (10.11)$$

11 ANEXO E - Determinação do nível de confiança para não sobre alcançar o barramento final

Nos termos dos pressupostos de **J. L. P. Sá** [20], considere-se uma linha de comprimento l , terminada num barramento de onde apenas sai uma linha. A probabilidade de um defeito em qualquer ponto das linhas tem densidade $p_l(x)$, enquanto p_b é a probabilidade de um defeito no barramento do fim de linha. Estas probabilidades são independentes e também podem ser tomadas como independentes da probabilidade de alcance do relé de distância localizado no barramento no início da linha (com uma zona-1 calibrada para uma distância $d < l$). A probabilidade de alcance pode ser modelada com uma densidade Gaussiana $p_{corte}(x)$, com o seu valor médio na definição d [20].

A probabilidade total de corte condicionada pela probabilidade de corte irá ser

$$P_{corte} = \int_0^{\infty} p_{corte}(x)[p_l(x) + p_b \delta(l-x)] dx \quad (11.1)$$

enquanto a probabilidade de sobre-alcance irá ser

$$P_{corte}(x \geq l) = \int_l^{\infty} p_{corte}(x)p_l(x)dx + p_{corte}(l)p_b \quad (11.2)$$

Assumindo que $p_l(x)$ é uniforme (dois defeitos por ano por centena de km em linhas de transporte de 400 kV), a probabilidade de defeitos no barramento é de 1 em cada 10 anos por barramento, e que se o comprimento médio de linhas de 400 kV for de 150 km, então:

$$P_{sobre\ alcance} = \frac{P_{corte}(x \geq l)}{P_{corte}} = 1 - \frac{P_{corte}(x < l)}{l + 0.03p_{corte}(l)} \quad (11.3)$$

Se $P_{sobre\ alcance}$ é pequena, a densidade probabilidade de sobre-alcance do barramento final condicionada pela probabilidade de defeitos do barramento também vai ser pequena. Para uma $P_{sobre\ alcance} = 0,02$, $p_{corte}(l) \approx 0,05$. Esta probabilidade de alcançar 5% dos defeitos no barramento final tem importância reduzida para a probabilidade de sobre-alcance total, dada a raridade de defeitos num barramento.

12 ANEXO F – Scripts de Mathematica

Neste trabalho foi utilizado o programa *Mathematica* para fazer cálculos, processamento simbólico e geração de gráficos. Para facilitar a execução e leitura dos scripts, foram criados vários ficheiros separados que recebiam e geravam a informação, como se mostra na Figura [12.1].

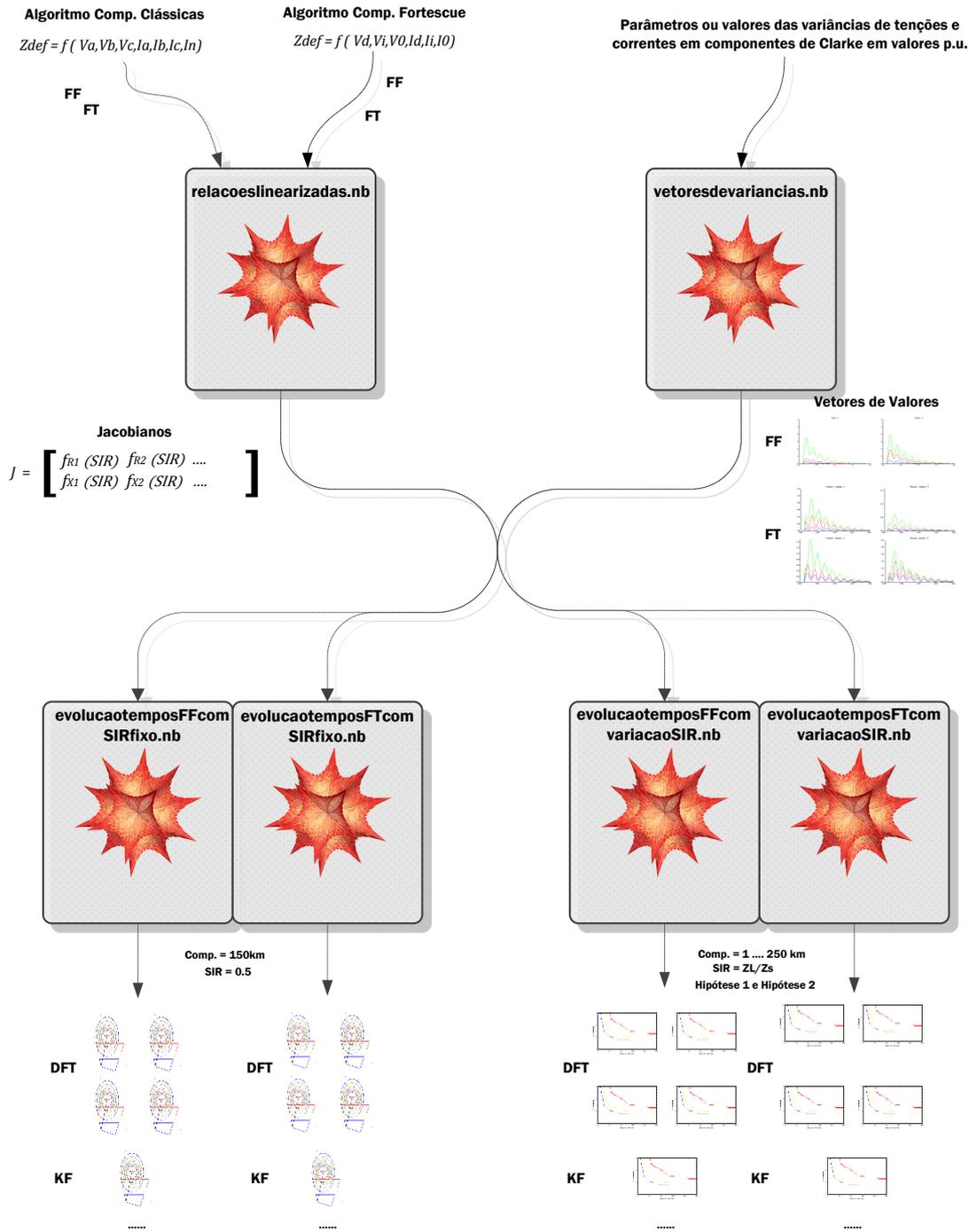


Figura 12.1 - Fluxograma da execução dos scripts de *Mathematica* utilizados

Para melhor se entender como foi implementado e pensado o raciocínio deste trabalho, apresenta-se a seguir um pequeno resumo de cada uma dos scripts.

- **“vetoresdevariancias.nb”**

Este script foi criado para descobrir os parâmetros das funções [3.10] através de uma função aproximação do *Mathematica* como se exemplifica a seguir para os pontos “pts”

```
Clear["Global`*"]
ω = 2 * π * 240;
τ = 0;
φ = 0;
a = 1;
MaxIt = 1000;
(*model=Y1*Exp[-τ/tβ] * ((Exp[-n/ty] * (Cos[τ*ω] - a*Cos[τ*ω+φ])) - Exp[-(2*n)/tβ] * (Cos[τ*ω] - a*Cos[τ*ω+φ+2*ω*n])));*)
model =
{
  0
  Y1*Exp[-τ/tβ] * ((Exp[-(n-0.001)/ty] * (Cos[τ*ω] - a*Cos[τ*ω+φ])) - Exp[-(2*(n-0.001))/tβ] * (Cos[τ*ω] - a*Cos[τ*ω+φ+2*ω*(n-0.001)]))
};
(*pts={{0.002,.8},{0.00398,0.545},{0.01,0.05}};*)
pts = {{0., 0}, {0.001, 0}, {0.002, 0.818453}, {0.003, 0.0103456}, {0.004, 0.509351}, {0.005, 0.0261681}, {0.006, 0.306749},
{0.007, 0.0368363}, {0.008, 0.178375}, {0.009, 0.0405291}, {0.01, 0.0997826}, {0.011, 0.0387601}, {0.012, 0.0533855}, {0.013, 0.0337742},
{0.014, 0.0270708}, {0.015, 0.0274897}, {0.016, 0.0128222}, {0.017, 0.0212062}, {0.018, 0.00553357}, {0.019, 0.015646}, {0.02, 0.00207575}};
tablefit =
Table[{x, model /. FindFit[pts, model, {{Y1, -.8}, {ty, .002}, {tβ, .002}}, n, MaxIterations -> MaxIt]} /. {n -> x}, {x, 0.000, .020, 0.0001}];
(*tablefitsimple=
Table[{x, model /. FindFit[pts, model, {{Y1, -.8}, {ty, .002}, {tβ, .002}}, n, MaxIterations -> MaxIt]} /. {n -> x}, {x, 0.000, .020, 0.001}];*)
Show[
ListPlot[pts, PlotStyle -> Directive[PointSize[Medium], Orange]]
, ListLinePlot[tablefit, PlotRange -> All, PlotLabel -> FindFit[pts, model, {{Y1, -.8}, {ty, .002}, {tβ, .002}}, n, MaxIterations -> MaxIt]
, PlotRange -> All (*{{0, 0.02}, {0, 1.5}}*)
(*, GridLines -> Automatic, GridLinesStyle -> Directive[Black, Dotted] *)
, AxesLabel -> {"Tempo[s]", "Var[p.u]"}
, PlotLabel -> FindFit[pts, model, {{Y1, -.8}, {ty, .002}, {tβ, .002}}, n, MaxIterations -> MaxIt]
]
```

obtendo-se o seguinte output

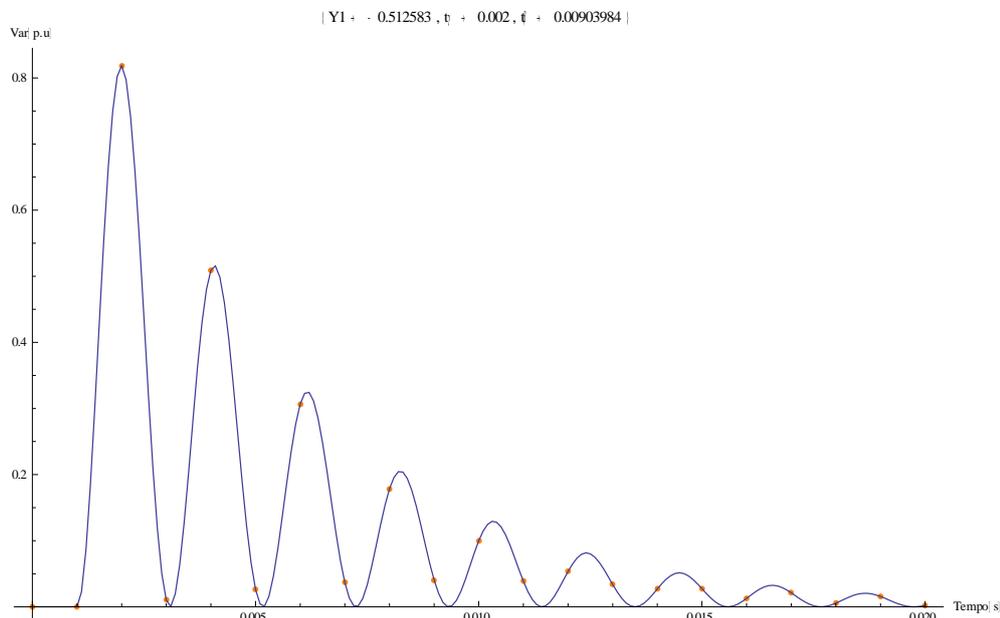


Figura 12.2 - Regressão duma função (a azul) dos pontos conhecidos (a laranja).

Tendo-se repetido este método para todos os gráficos de variâncias retirados da referência [11]. Primeiro para as variâncias das tensões e correntes beta no caso do defeito FF e depois para as tensões e correntes, alfa e zero, no caso do defeito FT (componentes de Clarke), sempre para cada um dos três tipos de pré-filtros.

- “relacoeslinearizadas.nb”

O raciocínio de J. L. P. Sá [20] e [21], em que este trabalho se baseia, usa o teoria de linearização de **E. R. Sexton e D. Crevier** [13]. Por sua vez, a teoria de linearização de **E. R. Sexton e D. Crevier** [13] utiliza os jacobianos das funções de cálculo da impedância (Anexo B e Subcapítulo 3.2.4). Estes jacobianos, que permitem avaliar a sensibilidade das funções cálculos em função de cada uma das variáveis envolvidas, são constituídos por derivadas parciais da função de cálculo, em função de cada uma das variáveis envolvidas, para a parte imaginária e a parte real [13]. Como exemplo para o cálculo da impedância de defeito do algoritmo k [3.57], a função de cálculo para o defeito FF é

$$Z_{def(+)} = Z^+ + Z^- = \frac{U^+}{I^+} + \frac{U^-}{I^-} = \frac{U^{+c} - jU^{+s}}{I^{+c} - jI^{+s}} + \frac{U^{-c} - jU^{-s}}{I^{-c} - jI^{-s}} \quad (12.1)$$

e o jacobiano de sequencia positiva, em função das componentes de Clarke, é dado por

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial(Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial U_+} & \frac{\partial(Z_{def})}{\partial I_+} & \frac{\partial(-j \times Z_{def})}{\partial I_+} \end{bmatrix} \quad (12.2)$$

$$J_+ = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \text{Re}[Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial \text{Re}[Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial \text{Re}[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial \text{Re}[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial \text{Re}[Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial \text{Re}[Z_{def}]}{\partial I_{+s}} & \frac{\partial \text{Re}[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial \text{Re}[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \\ \frac{\partial \text{Im}[Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial \text{Im}[Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial \text{Im}[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+c}} & \frac{\partial \text{Im}[-j \times Z_{def}]}{\partial U_{+s}} & \frac{\partial \text{Im}[Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial \text{Im}[Z_{def}]}{\partial I_{+s}} & \frac{\partial \text{Im}[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+c}} & \frac{\partial \text{Im}[-j \times Z_{def}]}{\partial I_{+s}} \end{bmatrix}$$

O *Mathematica* tem ferramentas de processamento simbólico ideais para calcular este jacobiano (a função $D[f, x]$), mas que são de uso geral.

```
(*-----> CC Fase Fase <-----*)

(*Relacoes Linearizadas Componentes Fortscue Transformadas em Clarke*)
Clear["Global`*"]
Print["\nAlgoritmo k - Componentes Simétricas - Defeito FF\n"]
Print["-----"];
Z = ((Ucmais - I * Usmais) / ((Icmais - I * Ismais))) + ((Ucmenos - I * Usmenos) / ((Icmenos - I * Ismenos)));
Print["\n Z = ", Z, "\n"];
MatrixJ = ConstantArray[0, {2, 8}];
(*Re*)
MatrixJ[[1, 1]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[Z]], Ucmais]];
MatrixJ[[1, 2]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[Z]], Usmais]];
MatrixJ[[1, 3]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[I * Z]], Ucmais]];
MatrixJ[[1, 4]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[I * Z]], Usmais]];
MatrixJ[[1, 5]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[Z]], Icmais]];
MatrixJ[[1, 6]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[Z]], Ismais]];
MatrixJ[[1, 7]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[I * Z]], Icmais]];
MatrixJ[[1, 8]] = Simplify[D[ComplexExpand[Re[I * Z]], Ismais]];
(*...*)
```

Então, como o *Mathematica* não tem conhecimento de fundamentos de energia elétrica, tem de se fornecer regras (de substituição), como por exemplo: “explicar” que a parte imaginária de uma resistência é nula, “fornecendo” as condições específicas de cada curto-circuito, etc., como se exemplifica com o seguinte excerto de código

```

>(*Print["Jmais = ",MatrixForm[Jmais]];*)
regra1 = (Ismais^2 + Icmais^2) -> Imais^2;
regra2 = (-Ismais^2 + Icmais^2) -> Imais^2;
regra3 = (Icmais^2 - Ismais^2) -> Imais^2;
regra4 = (-Ismais^2 - Icmais^2) -> Imais^2;
regra5 = (Ismais * Usmais) -> (Rlinha * Imais^2);
regra6 = (Icmais * Ucmais) -> (Xlinha * Imais^2);
regra7 = {regra1, regra2, regra3, regra4, regra5, regra6};
regras = regra7;
(*Print["Jmais = ",MatrixForm[Apart[Jmais//.regras]//.regras]];*)
Print["Jmais = ", MatrixForm[Flatten[Together[Apart[Jmais /. regras] /. regras], 0]]];
Jmais = Flatten[Together[Apart[Jmais /. regras] /. regras], 0];
    
```

Numa primeira fase, implementaram-se as regras relacionadas com as variáveis da função de cálculo [20] e, numa segunda fase, as regras relacionadas com as condições de curto-circuito e com o fator SIR, originando o seguinte output

Algoritmo k - Componentes Simétricas - Defeito FF

$$Z = \frac{Ucmais - i Usmais}{Icmais - i Ismais} + \frac{Ucmenos - i Usmenos}{Icmenos - i Ismenos}$$

$$Jmais = \begin{pmatrix} \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & -\frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{-2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{-Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{-2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} \\ \frac{Ismais}{Imais^2} & -\frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{-2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} \\ \frac{Ismais}{Imais^2} & -\frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{-2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} \end{pmatrix}$$

$$Jmenos = \begin{pmatrix} \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{-2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{-Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} \\ \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{-2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} \\ \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{-2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} \end{pmatrix}$$

$$Jtotal = \begin{pmatrix} \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & -\frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{-2 Icmais Rlinha - Ucmais}{Imais^2} & \frac{-2 Icmenos Rlinha - Ucmenos}{Imenos^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} \\ \frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Icmais}{Imais^2} & -\frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & -\frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} \\ \frac{Ismais}{Imais^2} & \frac{Ismenos}{Imenos^2} & -\frac{Icmais}{Imais^2} & -\frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Icmais}{Imais^2} & \frac{Icmenos}{Imenos^2} & \frac{Ismais}{Imais^2} & -\frac{Ismenos}{Imenos^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} & \frac{Usmais - 2 Ismais Xlinha}{Imais^2} & \frac{Usmenos - 2 Ismenos Xlinha}{Imenos^2} \end{pmatrix}$$

Simplificado

$$Jmais = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} \end{pmatrix}$$

$$Jmenos = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} \end{pmatrix}$$

$$Jtotal = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & -\frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} \\ \frac{i^s}{i^{1/2}} & \frac{i^s}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & -\frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{i^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{-U^s - 2 i^s X}{i^{1/2}} & \frac{2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} & \frac{-2 R i^c - U^c}{i^{1/2}} \end{pmatrix}$$

Condições de CC FF

UmaisInicial=i

$$Imais = \frac{1}{2(1 - SIR) Xlinha}$$

$$Imenos = -\frac{1}{2(1 - SIR) Xlinha}$$

$$Umais = i - \frac{i}{2(1 - SIR)}$$

$$Umenos = \frac{i}{2(1 - SIR)}$$

$$Jtotal = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4(1 - SIR) Xlinha & 0 & 4(1 - SIR)^2 Xlinha^2 & -4 SIR(1 - SIR) Xlinha^2 & -8 Rlinha(1 + SIR) Xlinha \\ 0 & 0 & 4(1 - SIR) Xlinha & 0 & 4(1 - SIR)^2 Xlinha^2 & 0 & -8 Rlinha(1 + SIR) Xlinha & 4 SIR(1 - SIR) Xlinha^2 \end{pmatrix}$$

em que o script foi escrito de modo poderem-se utilizar diretamente os jacobianos nas análises de performance que se seguem.

- “*evolucaotemposFFcomSIRfixo.nb*” /
 “*evolucaotemposFTcomSIRfixo.nb*”

Para a análise da performance dos vários algoritmos e das suas combinações foram desenvolvidos dois scripts, um para o defeito fase-fase e outro para o defeito fase-terra.

Para estes scripts, o objetivo foi o de obter os contornos de equi-probabilidade com um nível de confiança de 95%, e depois de esboçar esses contornos num diagrama polar com as características de operação, de modo a obter os tempos de decisão para cada zona de operação.

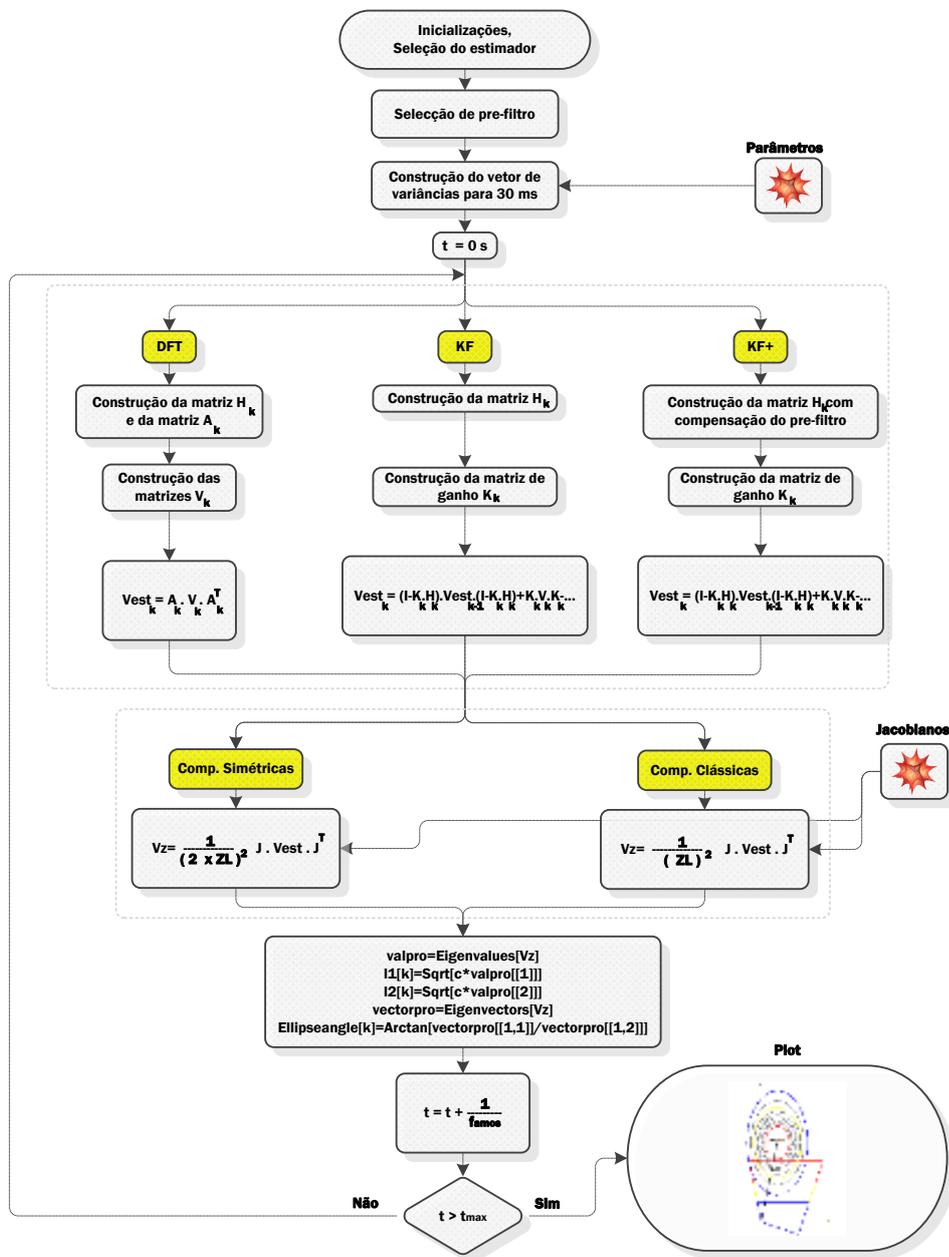


Figura 12.3 - Princípio do funcionamento do script “*evolucaotemposFFcomSIRfixo.nb*”.

O procedimento utilizado, ilustrado na Figura 12.3, é aproximadamente o explicado no capítulo 3 desta dissertação [20,21]. Primeiro, fazem-se as inicializações de vetores e as escolhas dos algoritmos e esquemas a utilizar, incluindo a construção dos vetores de variâncias com base nos parâmetros obtidos no ficheiro de regressão durante os primeiros 30 ms. De seguida, decide-se qual o estimador a utilizar: a DFT, o filtro de Kalman, ou o filtro de Kalman compensado.

Cada estimador tem o seu procedimento. No caso da DFT começa por se calcular a matriz H e a matriz A, esta última com o cálculo mais complexo, como se mostra no subcapítulo 2.2.6.1. Constrói-se, também, uma matriz diagonal com os valores das variâncias obtidas por regressão. Com estas matrizes (com dimensão igual ao número de amostras descrito no subcapítulo 3.2.3) são então calculadas as matrizes de variância dos vetores estimados.

Mais simples, é o caso dos estimadores baseados no filtro de Kalman. Primeiro constrói-se a matriz H, depois a matriz de ganho K, como foi explicado no subcapítulo 2.2.6.2 (que no caso do algoritmo compensado, fazem a compensação do efeito de atraso do pré-filtro). Depois, estas matrizes são utilizadas para calcular a matriz de variância dos vetores estimados.

De seguida, é escolhido o tipo de função utilizada para o cálculo da impedância e utilizada a respetiva expressão de cálculo da matriz de variância da impedância estimada.

Este procedimento é repetido para cada amostra, sendo guardadas as dimensões e os ângulos de cada elipse num vetor. No fim, cada elipse é apresentada num gráfico com as características de operação (sempre para uma linha de comprimento igual a 150 km, refletido no SIR utilizado).

- ***“evolucaotemposFFcomvariacaoSIR.nb” / “evolucaotemposFTcomvariacaoSIR.nb”***

Estes scripts utilizam um ciclo, que repete os scripts descritos no ponto anterior *“evolucaotemposFFcomSIRfixo.nb” / “evolucaotemposFFcomSIRfixo.nb”*, *respetivamente*, para um intervalo de comprimentos de linha. O ciclo inicia-se para um comprimento de 1 quilómetro, o qual vai ser incrementado até 250 quilómetros. Para a hipótese 1 as variâncias mantiveram-se sempre iguais e no caso da hipótese 2 para cada valor do comprimento de linha os valores das variâncias foram adaptados, de modo a que o tempo de amortecimento seja menor para linhas mais curtas.

No fim de cada iteração, os tempos mínimos de decisão são armazenados para as características de 10%, 50% e 80% (MHO e paralelogramo) e finalmente apresenta-se num gráfico a compilação de todos os resultados como se vê na Figura 12.4

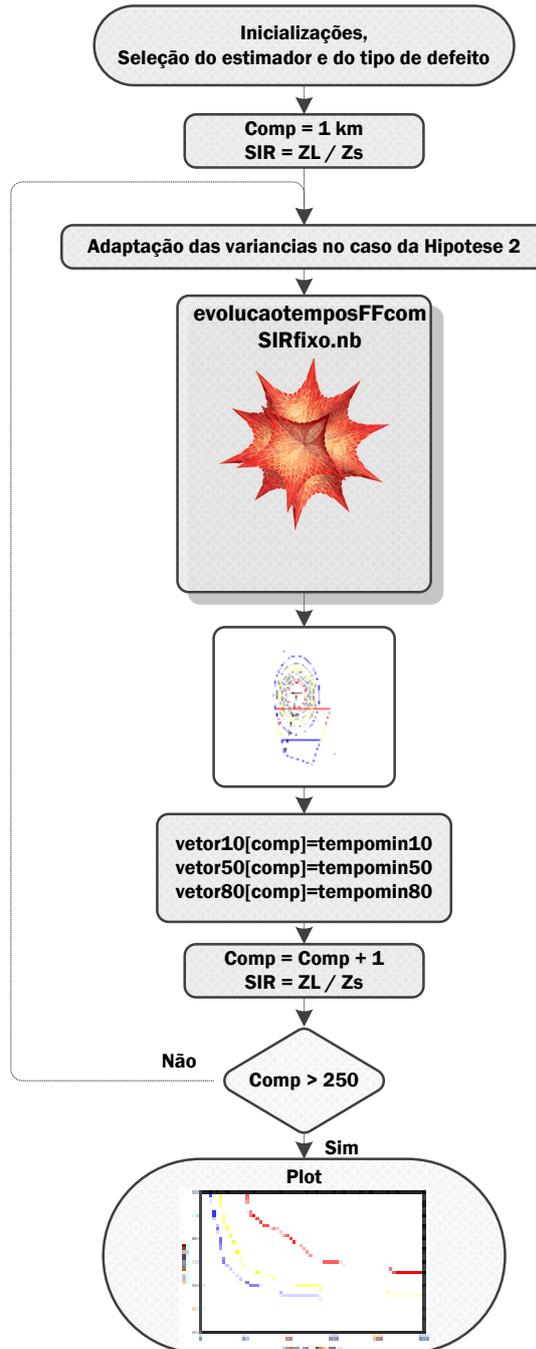


Figura 12.4 - Princípio do funcionamento do script “evolucaotemposFFcomvariacaoSIR.nb”